

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Institut dopravy

**Navrhování signálních plánů křižovatek metodami
lineárního programování**

**Design of Signal Plans for Crossroads Using Linear
Programming Methods**

Student:

Bc. Lukáš Krejčí

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

Ostrava 2011

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Lukáš Krejčí**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie
Specializace: 30 Technologie dopravy
Téma: **Navrhování signálních plánů křižovatek metodami lineárního programování**
Design of Signal Plans for Crossroads Using Linear Programming Methods

Zásady pro vypracování:

Cíl práce: Pomocí výpočetních experimentů posoudit efektivitu lineárních modelů sestavených za účelem návrhu signálních plánů.

Osnova práce:

1. Úvod.
2. Obecná charakteristika metod pro návrhy signálních plánů světelně řízených křižovatek.
3. Teoretická východiska řešení - zhodnocení existujících lineárních modelů.
4. Výpočetní experimenty v podmínkách konkrétní křižovatky.
5. Zhodnocení výsledků realizovaných experimentů.
6. Závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:

ČERNÝ, J.; KLUVÁNEK, P. Základy matematické teorie dopravy. Bratislava: VEDA. 1990. 279 s. ISBN 80-224-0099-8

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 17.12.2010

Datum odevzdání: 23.05.2011



doc. Ing. Vladimír Smrž, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́домі́, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- было́ сже́днано, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- было́ сже́днано, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі́, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

.....

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Lukáš Krejčí

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Antonína Poledníka 1/2
700 30 Ostrava-Dubina

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

KREJČÍ, L. *Navrhování signálních plánů křižovatek metodami lineárního programování : diplomová práce*. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2011, 74 s. Vedoucí práce: Teichmann, D.

Předložená diplomová práce se zabývá porovnáním výsledků a tedy využitelnosti metod lineárního programování pro návrh signálních plánů světelně řízených křižovatek. Využitelnost je posuzována pomocí výpočetních experimentů v podmínkách křižovatky většího rozsahu. Posuzovány jsou dva přístupy - dekompoziční a exaktní. Dekompoziční přístup dosahuje ve většině výpočetních experimentů horších výsledků. Přestože byl navrhnout efektivnější způsob zpracování dat v poslední ze tří přípravných fází, které předcházejí sestavě modelu, jeho řešení vyžaduje několikanásobně větší čas na přípravu vstupních dat. Jedinou výhodou je snadné a rychlé vyhledání dalších řešení pro stejnou křižovátku. Exaktní přístup dosáhl ve většině případů lepších výsledků, přičemž není tolik časově náročný na přípravu dat. Jeho nevýhodou jsou však vysoké požadavky na výpočetní techniku z hlediska výkonu, což se promítá i do ekonomické stránky řešení.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

KREJČÍ, L. *Design of Signal Plans for Crossroads Using Linear Programming Methods : Master Thesis*. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Institute of Transport, 2011, 74 p. Thesis head: Teichmann, D.

The submitted thesis deals with the comparison of results and usability of linear programming methods aimed at designing the signal plans of traffic light controlled intersections. The usability is being assessed via computational experiments in circumstances of a larger-scale intersection. Decomposition approach and exact approach were assessed. In most computational experiments, decomposition approach showed worse results. Though a more effective way of data processing was devised in the last of the three subtasks, which precede compiling of model, its solving takes significantly more time to prepare input data. The only advantage is an easy and fast search of other solutions for the same intersection. In most cases, the exact approach showed better results; in the process, it is not so time-demanding for preparation of data as well. However, its disadvantage is high computer technology performance requirements which projects also to the economical point of view.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	8
1 Úvod	9
2 Obecná charakteristika metod pro návrhy signálních plánů světelně řízených křižovatek	11
2.1 Formulace problému	11
2.2 Metody pro návrh signálních plánů podle TP 81	13
2.3 Simulační metody	15
2.4 Metody lineárního programování pro tvorbu signálního plánu	15
3 Teoretická východiska řešení - zhodnocení existujících lineárních modelů	19
3.1 Dekompoziční přístup	19
3.2 Navrhované úpravy dekompozičního přístupu	26
3.3 Exaktní přístup	29
3.4 Úprava matematického modelu exaktního přístupu	34
3.5 Srovnání obou přístupů	35
4 Výpočetní experimenty v podmínkách konkrétní křižovatky	38
4.1 Charakteristika vybrané křižovatky	38
4.2 Výpočetní experimenty dekompozičním přístupem	42
4.3 Výpočetní experimenty exaktním přístupem	49
5 Zhodnocení výsledků realizovaných experimentů	54
5.1 Modely minimalizující délku cyklu	54
5.2 Modely maximalizující minimální poměrnou rezervu	56

5.3	Modely minimalizující součet délek řad čekajících vozidel	56
5.4	Modely s vícekritériální optimalizovanou funkcí.....	57
6	Závěr.....	59
	Poděkování.....	61
	Seznam použité literatury	62
	Seznam příloh	63

Seznam použitých značek a symbolů

a_{ij}	prvek proudově – fázové incidenční matice, který nabývá hodnoty 1 v případě, že fáze $j \in J$ obsahuje proud $i \in I$, a hodny 0 v opačném případě	[-]
c	délka cyklu	[s]
d_i	bivalentní proměnná proudu $i \in I$, jejíž hodnota 0 odpovídá přirozené pozici začátku a konce zelené proudu $i \in I$ a hodnota 1 odpovídá inverzní pozici začátku a konce zelené proudu $i \in I$	[-]
e	kladná konstanta, jejíž hodnota se volí podle předpisu $e < \max_{i \in I} t_{min,i}$	[-]
I	množina všech proudů vstupujících do křižovatky	[-]
J	množina všech možných fází křižovatky	[-]
m_{ij}	mezičas mezi koncem doby zelené proudu $i \in I$ a začátkem doby zelené kolizního proudu $j \in I$	[s]
q_i	intenzita vstupujících vozidel do křižovatky pro proud $i \in I$	[voz · h ⁻¹]
t_i	doba potřebná pro vstup do křižovatky jednoho jednotkového vozidla v proud $i \in I$	[s]
$t_{min,i}$	minimální doba zelené proudu $i \in I$	[s]
u	minimální poměrná rezerva	[-]
w_{ij}	bivalentní proměnná každých dvou kolizních proudů $i \in I$ a $j \in I$, jejíž hodnota 0 odpovídá přirozené pozici mezičasu kolizních proudů a hodnota 1 odpovídá inverzní pozici mezičasu kolizních proudů	[-]
x_i	začátek doby zelené proudu $i \in I$, nebo bivalentní proměnná, která modeluje výběr fází	[s]
y_i	konec doby zelené proudu $i \in I$	[s]

1 Úvod

Doprava v České republice, obdobně jako i v jiných vyspělých zemích, spolu s dalšími faktory výrazně ovlivňuje ekonomiku celé země. S neustálým zvyšováním počtu silničních vozidel se zvyšuje i tlak na kvalitu a kapacitní možnosti silniční infrastruktury.

Jedním z významných faktorů omezujících kapacitu silniční infrastruktury jsou místa vzájemné interakce dopravních proudů, tj. křižovatky. V dřívější době, kdy intenzity dopravy nedosahovaly nynějších hodnot, byly stavěny jednoduché úrovně neřízené křižovatky. Se vzrůstající intenzitou dopravy, resp. mírou nebezpečnosti těchto křižovatek, vzrůstala i potřeba nalézt efektivnější způsob vzájemného řízení kolizních dopravních proudů. Jedním ze způsobů, jak výrazně odstranit nebezpečnost pro kolizní proudy, je budování mimoúrovňových křižovatek, které však nebývají vždy z různých důvodů vhodné (prostorová náročnost, nutnost vynaložit vysoké investiční náklady apod.). Z uvedených důvodů je nutno volit jiné přístupy, zejména jde o budování okružních křižovatek anebo přechod od neřízených křižovatek ke křižovatkám světelně řízeným pomocí signalizačního zařízení.

Za první elektrickou světelnou signalizaci v Evropě je považována 8,5 metru vysoká pětiboká věž s kabinou v horní části, která byla postavena roku 1924 na křižovatce Potsdamer Platz v Berlíně viz obr. č. 1. Na území našeho státu bylo první světelné signalizační zařízení postaveno v Praze na křižovatce ulic Hyberská, Dlážděná a Havlíčkova u dnešního Masarykova nádraží v roce 1927. Je zřejmé, že za téměř sto let vývoje jsou dnešní technická zařízení i způsoby ovládání znatelně odlišné. Od počátku je však spojuje potřeba vhodného časového uspořádání jednotlivých signálů na všech řízených ramenech křižovatky, jinými slovy signální plán.

Pevné signální plány jsou v dnešní době tvořeny na základě technických podmínek Ministerstva dopravy ČR č. TP 81 „Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení silničního provozu“, a to metodami saturovaného toku, metodou spotřeby času nebo iterační metodou. Jistou alternativu k výše uvedeným metodám nabízí buď simulační metody, nebo obor operační výzkum, kde v odvětví lineárního programování existují modely, resp. ucelené postupy pro tvorbu signálních plánů. Jednou z variant řešení založenou na lineárním programování je postup dřívějšího data vzniku, který rozkládá celou úlohu sestavy signálního plánu na několik jednodušších podúloh, tzv. dekompoziční přístup a druhou variantou je exaktní přístup, při kterém řešení celého problému probíhá

v rámci jednoho optimalizačního výpočtu. Dekompoziční přístup může být založen jak na spojitém lineárním programování, tak i na smíšeném lineárním programování, exaktní přístup je pak založen buď na celočíselném, nebo na smíšeném celočíselném lineárním programování.

Předložená práce je zaměřená na porovnání výše uvedených výpočetních metod lineárního programování z hlediska dosažených výsledků i časové náročnosti pro řešitele v podmínkách složitých křižovatek. Z uvedeného důvodu budou výpočetní experimenty realizovány na reálné ostravské křižovatce ulic 28. října, Mariánskohorská a Plzeňská, která patří k nejzatíženějším křižovatkám v kraji.

Dále bude předmětem diplomové práce srovnání efektivity známých optimalizačních kritérií a hledání nových, převážně multikriteriálních účelových funkcí a testování jejich efektivity. Při řešení budou též hledány postupy zaměřené na nalezení efektivnějších způsobů zpracovávání dat v případě dekompozičního přístupu a nalezení alternativních postupů pro některé z kroků dekompozičního přístupu.

Pro řešení úloh lineárního programování bude použit software FICO Xpress-IVE Optimization suite.



Obr. č. 1 První světelné signalizační zařízení pro řízení křižovatky v Berlíně

2 Obecná charakteristika metod pro návrhy signálních plánů světelně řízených křižovatek

2.1 Formulace problému

Je dána křižovatka, do které vstupují dopravní proudy drážních vozidel, silničních vozidel a chodců, které se před křižovatkou dělí do různých směrů. Takováto křižovatka byla za účelem zvýšení bezpečnosti nebo zlepšení průjezdnosti všech vstupujících proudů opatřena světelným signalizačním zařízením. Při navrhování a následné instalaci světelného signalizačního zařízení byly jednotlivým dopravním proudům jedoucím do různých směrů přiřazeny signální skupiny, případně byly některé dopravní proudy sdruženy pod jednu signální skupinu.

Křižovatka řízená světelným signalizačním zařízením obsluhuje dopravní proudy P_1, P_2, \dots, P_n drážních vozidel, silničních vozidel, resp. chodců, které charakterizuje jejich vstupní intenzita q_1, q_2, \dots, q_n [*j.v. · hod⁻¹*] a trasa v ploše dané křižovatky. Proudů, jejichž trasy se neprotínají, mohou vstupovat do křižovatky ve stejný okamžik. U těchto tzv. nekolizních proudů totiž nehrozí vzájemný střet dvou vozidel nebo vozidla a chodce. Proudů, jejichž trasy se vzájemně protínají, do křižovatky zpravidla vstupovat současně nesmějí. Jedná se o tzv. kolizní proudy, u nichž hrozí vzájemný střet vozidel nebo vozidla a chodce. Výjimku tvoří tzv. podmíněně kolizní proudy, což jsou proudy, jejichž trasy se sice vzájemně protínají, ale současně pro ně platí i při řízení světelným signalizačním zařízením příslušná pravidla provozu na pozemních komunikacích o přednosti v jízdě.

Pro všechny dvojice vzájemně kolizních dopravních proudů je vypočten mezičas, což je časový interval mezi koncem signálu, který dovoluje vozidlům vstup do křižovatky z jednoho dopravního proudu, a začátkem téhož signálu pro vozidla z kolizního dopravního proudu. Za dobu tohoto intervalu musí být umožněno poslednímu vozidlu, které vstoupilo do křižovatky před ukončením doby zelené, bezpečně vyklidit kolizní plochu před prvním vozidlem, které se k této ploše dostane z kolizního proudu, kterému byl umožněn vstup do křižovatky začátkem signálu volno.

Posloupnost světelných signálů na jednotlivých návěstidlech řídí řadič, a to pomocí sestavené signálního plánu. Ten obsahuje pořadí světelných signálů a dobu, po kterou jsou dané světelné signály aktivní. Signální plán je zpravidla zpracován v grafické podobě.

Návrh signálního plánu probíhá v několika krocích. Součástí návrhu je vytvoření schématu fází, ve kterém jsou všechny proudy přiřazeny některým fázím dle jejich vzájemné nekolidnosti. Fáze jsou do signálního plánu vhodně seřazeny s ohledem na snahu minimalizovat součet rozhodujících mezičasů. Jednotlivým dopravním proudům zařazeným ve fázích se dále přiřazují dostatečně dlouhé intervaly dob zelených za účelem umožnění průjezdu všech vozidel, která se před křižovatkou shromažďují.

V současnosti k návrhu signálního plánu slouží celá řada metod, ze kterých jsou tři doporučené Ministerstvem dopravy ČR v technických podmínkách. Jedná se o metodu saturovaného toku, metodu spotřeby času a iterační metodu. Návrh signálního plánu lze uskutečnit i pomocí simulačních metod.

V dnešní době však pokročilejší znalosti lineárního programování a hlavně vývoj výpočetní techniky poskytují stále větší možnosti na řešení různorodých úloh, ke kterým se může řadit i sestavení signálního plánu pro řízení světelného signalizačního zařízení. K tomuto účelu jsou již sestaveny dva přístupy zakládající se na možnostech lineárního programování. Prvním významným výsledkem v této oblasti byl dekompoziční přístup, který byl popsán v [1]. Tento přístup rozkládá celou úlohu na tři jednodušší podúlohy. První podúloha vybírá fáze do signálního plánu, v rámci druhé probíhá jejich seřazení a ve třetí podúloze se určují začátky a konce dob zelených v závislosti na zvoleném optimalizačním kritériu. Optimální řešení vyhledaná v jednotlivých fázích dekompozičního přístupu však nemusí být totožná s globálním optimálním řešením, což je důsledek provedené dekompozice. Druhý přístup se nazývá exaktní a byl popsán v [5]. Tento přístup sestavuje signální plán pouze v rámci jednoho optimalizačního výpočtu, není tedy potřeba provádět dekompozici a vyhledané optimum lze prohlásit za globální optimum. Navíc při tomto přístupu může doba zelené přecházet přes hranici cyklu.

Jak již bylo uvedeno, bude cílem předložené práce porovnat oba uvedené přístupy z oblasti lineárního programování a porovnat jejich využitelnost v podmínkách složité reálné křižovatky.

V následujících třech podkapitolách budou jednotlivé přístupy stručně charakterizovány, v případě zvolených metod lineárního programování pak budou v kapitole 3 uvedeny všechny informace potřebné pro realizaci výpočetních experimentů.

2.2 Metody pro návrh signálních plánů podle TP 81

Následující kapitola v krátkosti popisuje základní princip metod, které se používají pro návrh signálního plánu podle [7]. Mezi základní vstupní podklady pro následující výpočty patří:

- hodinové intenzity vstupujících vozidel rozdělené podle křižovatkových pohybů,
- řešitelem navržené fázové schéma,
- tabulka mezičasů pro kolizní proudy.

V dnešní době se pro navrhování signálního plánu používají metoda saturovaného toku, metoda spotřeby času a metoda postupného přibližování.

a) Metoda saturovaného toku – Websterova metoda

Saturovaný tok je maximální počet vozidel, která při ideálních podmínkách mohou za jednotku času projet profilem stopčáry [j.v. · hod⁻¹]. Tato veličina se nepočítá pro samostatné tramvajové vjezdy. Hodnota saturovaného toku závisí na:

- šířce vjezdu,
- podélném sklonu,
- poloměru oblouku,
- podílu odbočujících vozidel.

Nejprve se vypočítá základní saturovaný tok vjezdů, které jsou závislé na počtu a šířce řadicích pruhů vjezdů. Ze základních saturovaných toků vjezdů se vypočítají saturované toky vjezdů, které již zohledňují podélné sklony, poloměry oblouků i podíly odbočujících vozidel.

V dalším kroku se vypočítají stupně saturace, což jsou poměry mezi intenzitou dopravy vjezdu a saturovaným tokem vjezdu. Dle těchto poměrů je vybrán pro každou fázi její kritický vjezd, tedy ten proud, který má nejvyšší stupeň saturace, a součtem těchto hodnot vzniká celkový stupeň saturace.

Následuje výpočet ztrátových časů pro každou fázi, který vychází z předpokladu, že v celé délce trvání fáze je povolen vozidlům vstup do křižovatky pouze v době efektivní zelené, která zohledňuje časovou ztrátu při rozjezdu a vliv pojížděného žlutého signálu. Ztrátový čas fáze je tedy časový úsek mezi koncem efektivní zelené jedné fáze a začátkem

efektivní zelené v následující fázi. Součtem těchto hodnot vzniká ztrátový čas pro celý cyklus.

Při znalosti všech předchozích hodnot je možno přistoupit k výpočtu optimální délky cyklu a následné volby reálné délky cyklu. Zde se doporučuje nepřekračovat hranici 100s a pouze v odůvodněných případech je možno přistoupit až k hodnotě 120s. Tyto hodnoty jsou doporučené s ohledem na psychický vliv na řidiče.

V posledním kroku návrhu signálního plánu se vypočítávají délky zelených pro jednotlivé proudy. Začíná se výpočtem délky zelené pro kritické vjezdy jednotlivých fází a následně se dopočítávají délky zelené pro ostatní vjezdy s ohledem na mezičasy.

Po ukončení návrhu je vhodné provést ještě jeho posouzení, které se provádí srovnáním intenzit dopravy jednotlivých vjezdů s kapacitou těchto vjezdů a vypočítá se rezerva.

b) Metoda spotřeby času

Tato metoda je založena na výpočtu fiktivních intenzit všech dopravních směrů, které vycházejí z intenzit reálných, ale zohledňují počty řadících pruhů a také vlivy zpomalující, případně zrychlující průjezd vozidel. Mezi tyto vlivy patří:

- šířka řadícího pruhu,
- sklonové poměry řadícího pruhu,
- poloměr odbočení,
- poměr odbočujících vozidel,
- počet řadících pruhů,
- zatížení přechodů u takto podmíněně kolizních směrů.

Pokud jsou známy všechny fiktivní intenzity, vyberou se rozhodující fiktivní intenzity pro každou fázi a lze vypočíst doporučenou délku cyklu. Následně se vypočítají délky zelené pro každou signální skupinu.

c) Metoda postupného přibližování – iterační metoda

Tato metoda je založena na srovnávání intenzity dopravy na křižovatce s postupně navyšovanou dobou zelené pro každý proud.

V prvním kroku se určí délka tzv. strukturálního cyklu, který se skládá pouze z minimálních dob zelených a rozhodujících mezičasů. V druhém kroku se tato minimální délka cyklu a tedy i délka zelených pro jednotlivé proudy opakovaně navyšuje. Při každém navyšení se vypočítá kapacita vjezdu. Navyšování lze ukončit v okamžiku, kdy kapacity všech vjezdů jsou o 10-20% vyšší než intenzity vozidel na křižovatce.

2.3 Simulační metody

Simulační metody jsou velice univerzálním přístupem k řešení mnoha problémů, zejména proto, že jejich dostupnost se zejména v poslední době značně zvyšuje.

K návrhu signálních plánů se zpravidla v dnešní době používají komerční specializované software, kterých je na trhu dostupná celá řada, např. LISA+. Jde zde však značné riziko, že nebudou umět zohledňovat všechna specifika, která se v podmínkách dané křižovatky vyskytují. Uživatel nemá zpravidla možnost zasáhnout do principu návrhu signálního plánu. Existuje reálné riziko, že uživatel rovněž není mnohdy natolik teoreticky vybaven, aby dokázal posoudit, zda jsou splněny všechny podmínky, na základě kterých je návrh signálního plánu založen. Výhodou specializovaných simulačních software však zpravidla bývá příjemné uživatelské prostředí a snadná ovladatelnost.

V oblasti simulačních přístupů existuje i druhá možnost, a to vytvoření simulačního modelu pro konkrétní křižovatku v některém z univerzálních simulačních software, např. Witness. Výhodou tohoto přístupu je možnost, že se mnohdy podaří zohlednit všechna významná specifika dané křižovatky, řešitel přesně definuje procesy, které provoz na křižovatce ovlivňují, případné nedostatky je schopen eliminovat. Nevýhodou je však nutnost dobré znalosti práce v simulačním software ze strany uživatele.

2.4 Metody lineárního programování pro tvorbu signálního plánu

V dnešní době jsou sestaveny dva přístupy k návrhu signálního plánu. Oba mají zcela odlišný koncept, který bude zde v krátkosti představen na teoretické úrovni a v kapitole 3 podrobně teoreticky rozebrán.

a) Dekompoziční přístup

Tento postup pro návrh signálních plánů křižovatek navrhnul prof. RNDr. Jan Černý, DrSc., Dr.h.c. a publikoval v [1]. Vzhledem k omezeným možnostem výpočetní techniky v době vzniku metody bylo nutné úlohu rozdělit na tři oddělené podúlohy.

V první podúloze je zapotřebí množinu proudů P_1, P_2, \dots, P_n vyskytujících se na řešené křižovatce pokrýt minimální soustavou maximálních podmnožin vzájemně nekolizních proudů, tzn. vytvořit fáze. Tato podúloha je řešena ve dvou krocích. V prvním kroku se na základě poznatků z teorie grafů vyhledá soustava všech maximálních podmnožin nekolizních proudů. Pro tento účel se vytvoří graf bezkoliznosti, ve kterém jsou dopravní proudy křižovatky převedeny na množinu vrcholů grafu a vztahy nekoliznosti, resp. podmíněné koliznosti dopravních proudů znázorňují hrany grafu. Dvojice vzájemně kolizních proudů jsou ponechány bez spojující hrany. Úkolem je v tomto grafu nalézt všechny maximálně kompletní podgrafy, tedy takové podgrafy, které obsahují vrcholy spojené hranou se všemi ostatními vrcholy, a zároveň již nelze do tohoto podgrafu dodat žádný další vrchol, který by tuto podmínku splňoval. Po vyhledání všech fází podle postupu v prvním kroku je úkolem druhého kroku vybrat minimální počet fází. Jedinou podmínkou tohoto kroku je, aby každý dopravní proud vstupující do křižovatky byl obsažen alespoň v jedné z vybraných fází. K tomuto účelu byl sestaven jednoduchý model lineárního programování.

Cílem druhé podúlohy je optimální seřazení vybraných fází. Optimalizačním kritériem je součet rozhodujících mezičasů mezi fázemi. Toto kritérium je potřeba minimalizovat, čímž se minimalizuje i součet neproduktivního času křižovatky. K vyřešení této podúlohy lze použít Littlův algoritmus pro vyhledání minimální Hamiltonovy kružnice v obyčejném digrafu. Tento graf obsahuje vrcholy představující vybrané fáze z předchozí podúlohy, hrany představují přechody mezi fázemi a ohodnocení hran hodnoty odpovídající rozhodujícím mezičasům mezi fázemi. Výstupem této podúlohy je fixace poloh fází, tedy i zelených, pro jednotlivé proudy vůči ostatním. V původním postupu se uplatňuje zásada, že pokud je některý z proudů obsažen ve více fázích je nutno respektovat, aby uvedené fáze po sobě bezprostředně následovaly.

Třetí podúloha stanovuje optimální časy začátků a konců zelených v průběhu cyklu pro všechny proudy s ohledem na jejich zafixované pořadí z předchozí podúlohy. Tento úkol je řešen pomocí modelu lineárního programování se zvoleným optimalizačním

kritériem. Model obsahuje dvě základní množiny proměnných, které mohou být jak nezáporné celočíselné, tak i z oboru nezáporných reálných hodnot. Tyto proměnné představují časy začátků a konců dob zelených pro jednotlivé proudy. V původním návrhu se další proměnná volí dle použitého optimalizačního kritéria. Může jí být délka cyklu, nebo minimální z poměrných rezerv mezi nabízenou a průměrně požadovanou dobou zelené pro proud. Je-li optimalizačním kritériem délka cyklu, v průběhu optimalizačního výpočtu se její hodnota minimalizuje. Rozhodujícím dopravním proudům ve fázích jsou zde přiřazeny pouze minimální doby zelených pro průjezd zadané intenzity vozidel (hodnota výše uvedené poměrné rezervy je rovna jedné). Je-li optimalizačním kritériem minimální poměrná rezerva při zvolené délce cyklu, v průběhu optimalizačního výpočtu se její hodnota maximalizuje. Minimální poměrná rezerva je poměr mezi minimálně potřebným časem, v němž je umožněn vstup dopravního proudu do křižovatky, a časem zelené (dále jen minimální poměrná rezerva). Model je však natolik univerzální, že umožňuje zakomponovat i jiná optimalizační kritéria, např. součet délek čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu, jehož hodnota se v průběhu optimalizačního výpočtu při zvolené délce cyklu minimalizuje. Model umožňuje i výpočet podle jinak vhodně zvolené vícekritériální účelové funkce.

b) Exaktní přístup

Tento přístup byl popsán v [5]. Ve srovnání s předchozím přístupem probíhá řešení pouze v rámci jediného optimalizačního výpočtu – řešením modelu celočíselného lineárního programování, který je ovšem ve srovnání s předchozím přístupem výrazně složitější. Jak již bylo uvedeno, výhodami jsou možnost nalezení globálního optima a možnost, že doba zelené pro daný proud může přecházet přes hranici cyklu.

Model obsahuje dvě základní množiny proměnných pro modelování časů začátků a konců dob zelených jednotlivých proudů i proměnnou podle zvoleného optimalizačního kritéria stejně jako model třetí podúlohy předchozího přístupu. Odlišnost v oblasti proměnných spočívá v tom, že model obsahuje ještě další dvě množiny bivalentních proměnných. První množina bivalentních proměnných modeluje pořadí začátků a konců dob zelených pro jednotlivé proudy a to v tom smyslu, zda mají přirozenou pozici, kdy hodnota začátku doby zelené v rámci jednoho cyklu předchází hodnotu konce doby zelené, nebo zda mají inverzní pořadí, kdy hodnota začátku doby zelené je vyšší než hodnota konce doby zelené, což představuje přechod zelené přes hranici dvou sousedních cyklů. Obdobnou filozofii má i druhá množina bivalentních proměnných, která však nemodeluje

pořadí začátků a konců dob zelených, ale pořadí začátků a konců mezičasu vypočítaných pro všechny dvojice kolizních proudů. I zde je možné použít v modelu různá optimalizační kritéria, a to při žádných nebo jen velmi malých úpravách omezujících podmínek modelu.

Optimalizační výpočet u reálných úloh pomocí exaktního přístupu je však zpravidla možný až při použití dostatečně výkonné výpočetní techniky a s použitím dostatečně výkonných optimalizačních software.

3 Teoretická východiska řešení - zhodnocení existujících lineárních modelů

V následujících podkapitolách bude podrobně teoreticky popsán postup výpočtu podle již výše obecně popsaného dekompozičního i exaktního přístupu, a to včetně popisu matematických modelů, které jsou jejich součástí. Uvedeny budou i navržené drobné úpravy a alternativní postupy oproti původnímu konceptu v případě dekompozičního přístupu. Poslední podkapitola obsahuje shrnutí základních rozdílů těchto dvou přístupů.

3.1 Dekompoziční přístup

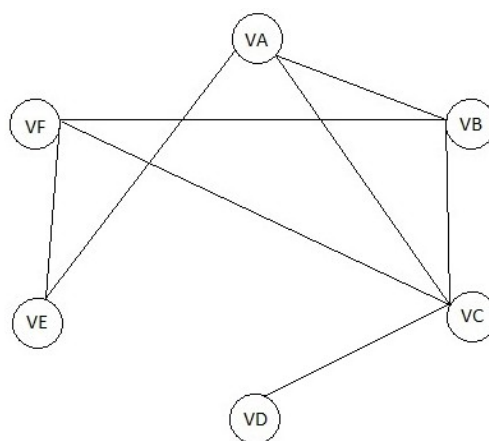
V této kapitole bude dekompoziční přístup popsán v podobě, v jaké jej publikoval prof. RNDr. Jan Černý, DrSc., Dr.h.c. v [1].

Dekompoziční přístup se skládá ze tří podúloh, jimiž je vyhledání optimálních fází křižovatky, vyhledání optimálního pořadí fází a stanovení optimálních časů začátků a konců zelených.

a) Vyhledání optimálních fází křižovatky

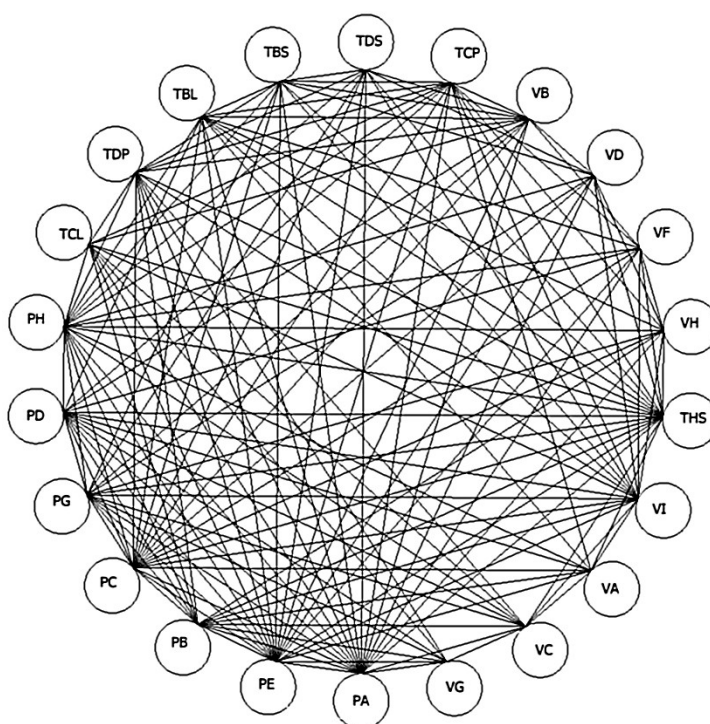
Na prvním místě je vytvoření grafu bezkoliznosti. Řešitel si nejdříve připraví nulový graf obsahující pouze takový počet vrcholů, jaký je počet proudů v křižovatce. Do tohoto grafu následně vkládá hrany spojující nekolizní proudy. Identifikaci nekolizních proudů lze provádět buď na základě dokonalé znalosti situace na křižovatce, nebo i na základě matice mezičasů matice mezičasů, kdy se do grafu vloží hrana u každé dvojici proudů, které není v matici mezičasů přiřazena žádná hodnota. Zde je nutno brát v potaz, že i nulová hodnota značí mezičas navzájem kolizních proudů.

V hotovém grafu bezkoliznosti, který musí obsahovat stejný počet hran, jaký je počet prvků v matici mezičasů bez hodnoty, se vyhledávají kliky grafu, tj. maximální kompletní podgrafy. Klikou grafu je tedy každý podgraf, který má každé dva vrcholy spojeny hranou a zároveň žádný další vrchol nelze do podgrafu přidat tak, aby byla výše uvedená podmínka splněna. V rámci splnění této fáze řešení je nutno identifikovat všechny kliky podgrafu, protože opomenutím některé z nich může být z dalšího řešení vyloučena výhodná fáze. Příkladem grafu bezkoliznosti je obr. č. 2.



Obr. č. 2 Příklad grafu bezkoliznosti křižovatky obsahující 6 proudů

Náročnost při řešení tohoto úkolu o vyhledání všech klik grafu závisí na hustotě grafu bezkoliznosti, tzn. počtu hran, které jednotlivé vrcholy spojují. U jednodušších křižovatek je vyhledávání otázkou jednotek minut a řešitel si může být jist, že svou úlohu splnil v plném rozsahu. Mohou však i nastat situace, kdy pro křižovatky s větším počtem proudů vznikne graf bezkoliznosti příliš hustý viz obr. č. 3 na to, aby bylo možno nalézt všechny kliky grafu v reálném čase. V takové případě lze použít jinou formu jeho reprezentace a to pomocí matice sousednosti, kde hodnota 1 na pozici příslušného prvku znamená, že dané vrcholy jsou v grafu bezkoliznosti spojeny hranou, a hodnota 0 na pozici prvku znamená, že dané vrcholy hranou spojeny nejsou. V takovéto matici se obdobným způsobem vyhledávají maximální kliky grafu jako v grafu bezkoliznosti.



Obr. č. 3 Příklad grafu bezkoliznosti křižovatky obsahující 22 proudů

Ze vzniklého seznamu klik grafu, které představují fáze křižovatky, je potřeba vybrat minimální počet fází, které zajistí skutečnost, že každému proudu bude v rámci cyklu umožněn vstup do křižovatky. Tento požadavek představuje jediný typ strukturálních omezujících podmínek v matematickém modelu, jehož řešením lze výběr fází uskutečnit.

Pro sestavení modelu je potřeba zavést:

I ...množina všech proudů vstupujících do křižovatky,

J ...množina všech možných fází křižovatky,

a_{ij} ...prvek proudové – fázové incidenční matice, který nabývá hodnoty 1 v případě, že fáze j obsahuje proud i , a hodny 0 v opačném případě,

x_j ...bivalentní proměnná, která modeluje výběr fází. Nabude-li proměnná x_j po ukončení optimalizačního výpočtu hodnotu 1, znamená to, že fáze j bude vybrána do výsledného fázového schématu, při hodnotě 0 fáze j vybrána nebude.

Matematický model pro výběr minimálního počtu fází křižovatky má tvar:

$$\min f(x) = \sum_{j \in J} x_j \quad (1)$$

za podmínek:

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq 1 \quad \text{pro } i \in I \quad (2)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \text{pro } j \in J \quad (3)$$

Účelová funkce (1) představuje počet vybraných fází, přičemž cílem optimalizace je tento počet minimalizovat. Skupina strukturálních podmínek (2) zajišťuje, aby každý proud z množiny I byl zařazen alespoň do jedné z fází, které budou vybrány. Skupina omezujících podmínek (3) přiřazuje proměnným x_j definiční obor.

Řešením modelu (1)-(3) bude dosaženo výběru minimálního počtu fází, v rámci kterých bude umožněno každému proudu vstoupit do křižovatky alespoň jednou v průběhu cyklu.

Řešení této podúlohy lze provést také metodou barvení grafů viz [6].

b) Vyhledání optimálního pořadí fází

Vybrané fáze z předešlé podúlohy je následně potřeba vhodně seřadit. Optimalizačním kritériem je v tomto případě součet rozhodujících, tj. maximálních mezičasů mezi po sobě jdoucími fázemi. Tento úkol lze transformovat na úkol vyhledání minimální Hamiltonovy kružnice v grafu, k jehož řešení lze použít např. Littlův algoritmus založený na principu větví a mezí.

Před použitím uvedeného algoritmu je potřeba sestrojit graf. Jedná se o obyčejný úplný digraf. Vrcholy grafu reprezentují fáze vybrané v předchozím kroku, tj. mohutnost vrcholové množiny grafu odpovídá počtu vybraných fází. Orientované hrany mezi vrcholy i a j představují přechod z fáze i k fázi j . Ohodnocení orientovaných hran odpovídá zmíněnému rozhodujícímu mezičasu při přechodu z fáze i k fázi j .

K vyhledání rozhodujících mezičasů slouží jednoduchý postup, při kterém se pro všechny variace vybraných fází vybere vhodný segment z kompletní tabulky mezičasů. Tyto segmenty obsahují v řádcích právě ty proudy, které obsahuje fáze končící, a ve sloupcích ty proudy, které obsahuje fáze začínající. V takto sestrojených tabulkách jsou právě ty mezičasy, které je při přechodu fází nutné dodržet. Nejvyšší hodnota představuje hledaný rozhodující mezičas.

Na graf sestrojený podle přecházejícího popisu je již možné aplikovat Littlův algoritmus pro vyhledání minimální Hamiltonovy kružnice. Tou se rozumí faktorový podgraf, který je kružnicí a zároveň je součet ohodnocení jeho hran minimální. Littlův algoritmus je popsán např. v [3].

Přes snahu seřadit fáze optimálně z pohledu součtu rozhodujících mezičasů není dopředu definovatelné takové pořadí, při kterém fáze obsahující stejné proudy budou následovat bezprostředně za sebou (což bude dále v některých modelech vyžadováno). Definování takovýchto posloupností je pochopitelně dopředu možné, tím však vzniká předurčená množina hran zařazených do minimální Hamiltonovy kružnice, která může v konečném důsledku negativně ovlivnit výslednou hodnotu účelové funkce.

Omezení způsobuje model třetí podúlohy, který v původním návrhu neumožňuje v průběhu jednoho cyklu navržení více než jedné doby zelené pro proud. Toto omezení je však možné odstranit zavedením fiktivních proudů, které budou představovat opakovaný výskyt doby zelené proudů nacházejících se ve více než jedné fázi. Pokud řešitel přikročí

k tomuto přístupu, nesmí zapomenout vhodně upravit lineární model, kde je zapotřebí zohlednit tuto úpravu především ve strukturálních podmínkách modelu.

c) Stanovení optimálních časů začátků a konců zelených

Pro stanovení optimálních časů začátků a konců zelených slouží matematický model lineárního programování, který lze po drobných úpravách použít pro různá optimalizační kritéria. Literatura [1] zavádí dvě optimalizační kritéria, mezi která patří délka cyklu, jejíž hodnota se v průběhu výpočtu minimalizuje, a minimální z poměrných rezerv, jejíž hodnota se v průběhu výpočtu maximalizuje. Model však umožňuje použití i jiných optimalizačních kritérií. Veličiny uvedené v předchozí větě mohou mít střídavě význam proměnných a konstant, ve variantě modelu, kdy je jedna z nich proměnnou, je druhá konstantou.

Před popisem samotného modelu je zapotřebí zavést následující symboly:

I ...množina všech proudů vstupujících do křižovatky,

q_i ...intenzita vstupujících vozidel do křižovatky pro proud $i \in I$,

m_{ij} ...mezičas mezi koncem doby zelené proudu $i \in I$ a začátkem doby zelené kolizního proudu $j \in I$,

t_i ...doba potřebná pro vstup do křižovatky jednoho jednotkového vozidla v proud $i \in I$,

$t_{min,i}$...minimální doba zelené proudu $i \in I$,

x_i ...začátek doby zelené proudu $i \in I$,

y_i ...konec doby zelené proudu $i \in I$,

c ...délka cyklu,

u ...minimální poměrná rezerva.

Model minimalizující délku cyklu

Prvním popisovaným modelem bude model minimalizující délku cyklu (začátky a konce dob zelených budou nezáporné proměnné):

$$\min f_{(c)} = c \quad (4)$$

za podmínek:

$$y_i - x_i \geq \frac{t_i \cdot q_i \cdot c \cdot u}{3600} \quad \text{pro } i \in I \quad (5)$$

$$y_i - x_i \geq t_{\min,i} \quad \text{pro } i \in I \quad (6)$$

$$x_j - y_i \geq m_{ij} \quad \text{pro } i \in I, j \in I \quad (7)$$

$$x_j - y_i \geq m_{ij} - c \quad \text{pro } i \in I, j \in I \quad (8)$$

$$y_i \leq c \quad \text{pro } i \in I \quad (9)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I \quad (10)$$

$$y_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I \quad (11)$$

$$c \geq 0 \quad (12)$$

Tento model bude minimalizovat délku cyklu c při zachování alespoň minimální doby dostatečné pro průjezd průměrného počtu vozidel, které přijedou ke křižovatce za dobu cyklu, nebo pro průjezd vozidel se zvolenou rezervou pomocí konstanty u .

V tomto modelu je hodnota u konstantou, kterou může volit řešitel podle svého uvážení z teoretického intervalu $u \in \langle 1, \infty \rangle$. Zvolením $u < 1$ vznikne nepřipustné řešení. Pokud řešitel požaduje po modelu nejkratší přípustnou délku cyklu pro průjezd průměrného počtu vozidel bez rezervy, nastaví konstantu $u = 1$, v případě požadavku na rezervu, nastaví konstantu $u > 1$. Zde neexistuje objektivní posouzení, jak vysokou hodnotu u volit pro minimalizaci c . Pakliže je vyžadován výhledový návrh signálního plánu, ve kterém se počítá se zvýšením intenzity vozidel, je doporučeno volit $u > 1$.

Podmínky vyskytující se v tomto modelu zajišťují na prvním místě, aby navržená doba zelené byla dostatečně dlouhá a aby byly dodrženy všechny mezičasy. Levá strana skupiny podmínek (5) vyjadřuje nabízenou dobu zelené proudu $i \in I$, která nesmí poklesnout pod hodnotu výrazu na pravé straně. Ta vyjadřuje potřebnou dobu zelené pro průjezd poměrné části hodinové intenzity vozidel, která přijedou v průběhu jednoho cyklu při zohlednění zvolené hodnoty poměrné rezervy u (hodnota poměrné rezervy u může být zvolena pro jednotlivé proudy odlišně, v takovém případě však musí být místo

symbolu u použito symbolu u_i). Skupina podmínek (6) zajišťuje, aby doba zelené neklesla pod minimální délku, viz [7], což by mohlo nastat zejména u proudů s nízkou intenzitou.

Skupiny podmínek (7) a (8) mají stejný cíl, zajišťují dodržení všech mezičasů, které je potřeba respektovat u dvojic navzájem kolizních proudů, mají však rozdílné podmínky použití. Na levé straně jsou identické výrazy, jejichž hodnoty vyjadřují rozdíl mezi začátkem doby zelené následujícího proudu $j \in I$ a koncem doby zelené předcházejícího kolizního proudu $i \in I$. Pravá strana skupiny podmínek (7) obsahuje pouze hodnotu mezičasu. Tyto podmínky se používají v případech, kdy $y_i < x_j$, tedy proud $i \in I$ obsahuje fáze předcházející fázi, která obsahuje proud $j \in I$ (toto nastává, nacházejí-li se fázové přechody uvnitř cyklu). U dvojic proudů, kdy platí $y_i > x_j$ (z pohledu jednoho cyklu), tedy proud $i \in I$ obsahuje fáze následující po fázi, která obsahuje proud $j \in I$, se používá skupina podmínek (8). Tento přístup ve velké míře komplikuje tvorbu konkrétního modelu, je časově náročný a klade na řešitele velké nároky z pohledu preciznosti.

Poslední strukturální skupina podmínek (9) zajišťuje, aby konec doby zelené proudu $i \in I$ nepřekročil hodnotu délky cyklu.

Skupiny podmínek (10), (11) a podmínka (12), jsou podmínky obligatorní.

Model maximalizující minimální poměrnou rezervu

Uvedený matematický model lze pomocí několika úprav modifikovat na model maximalizující minimální poměrnou rezervu. Rozdílnou podobu ve srovnání s předchozím modelem bude mít účelová funkce, délka cyklu c v tomto případě nebude proměnnou, ale konstantou volenou řešitelem (může vycházet ze současného stavu), a naopak minimální poměrná rezerva u bude proměnnou.

Model maximalizující minimální poměrnou rezervu má tvar:

$$\max f_{(u)} = u \quad (13)$$

za podmínek:

$$u \geq 0 \quad (14)$$

$$(5)-(11)$$

Jedinou novou podmínkou oproti předchozímu modelu je obligatorní podmínka (14) přiřazující proměnné u obor nezáporných reálných čísel.

Hodnota minimální poměrné rezervy u pro vznik přípustného řešení by měla být alespoň 1, ovšem vznik přípustného řešení lze zajistit i volbou dostatečně velké hodnoty konstanty představující délku cyklu c (což ovšem u křižovatky s kapacitními problémy nebývá východiskem). Délka cyklu c nesmí být zvolena nižší, než je nejnižší přípustná délka cyklu stanovená např. řešením modelu (4)-(12).

3.2 Navrhované úpravy dekompozičního přístupu

K výpočtu třetí podúlohy dekompozičního přístupu byla popsána v lit. [1] dvě optimalizační kritéria. Model lze však upravit pro použití i jiných optimalizačních kritérií:

Nová optimalizační kritéria pro matematický model ze třetí podúlohy

K novým optimalizačním kritériím uplatnitelným v dekompozičním přístupu patří:

- model minimalizující součet délek řad čekajících vozidel,
- model s vícekritériální optimalizovanou funkcí.

Model minimalizující součet délek řad čekajících vozidel

$$\min f_{(x,y)} = \sum_{i \in I} \frac{q_i}{3600} \cdot (c - y_i + x_i) \quad (15)$$

za podmíněk:

$$(5)-(11)$$

V tomto modelu jsou délka cyklu c i minimální poměrná rezerva u konstantami, jejichž hodnoty volí řešitel. Při volbě musí však respektovat základní předpoklady pro vznik přípustného řešení, a to volit hodnotu minimální poměrné rezervy $u \geq 1$ a hodnotu délky cyklu alespoň tak velkou, jaká je nejnižší přípustná délka cyklu.

Uvedená účelová funkce představuje počet jednotkových vozidel, které v průměru přijedou ke křižovatce v době červené v proudu $i \in I$. Minimalizací takovéto hodnoty se dosáhne zohlednění všech proudů $i \in I$ v závislosti na intenzitách q_i vozidel přijíždějících v daných proudech.

Model s vícekriteriální optimalizovanou funkcí

Následující model kombinuje model maximalizující minimální poměrnou rezervu a model minimalizující součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu.

Model s vícekriteriální optimalizovanou funkcí má tvar:

$$\max f_{(u,x,y)} = K \cdot u - \sum_{i \in I} \frac{q_i}{3600} \cdot (c - y_i + x_i) \quad (16)$$

za podmínek:

$$(5)-(11), (14)$$

V tomto modelu je délka cyklu c konstantou, její hodnotu volí řešitel. Při její volbě musí i nyní respektovat základní předpoklady pro vznik přípustného řešení. Minimální poměrná rezerva je nyní opět proměnnou z oboru nezáporných reálných čísel.

Účelová funkce tohoto modelu, jejíž hodnota bude maximalizována, obsahuje dva členy. Prvním členem je minimální poměrná rezerva, jejíž hodnota je K – násobně navýšena, čímž je při optimalizaci umožněno preferovat právě tento člen. Druhým členem je počet jednotkových vozidel, která v průměru přijedou ke křižovatce v době červené proudy $i \in I$. Za účelem minimalizace jeho hodnoty je druhý člen do účelové funkce vložen se záporným znaménkem.

Stanovení hodnoty prohibitivní konstanty K bude součástí výpočetních experimentů, v tomto okamžiku lze jen poukázat na teoretickou velikost druhého členu. Při požadavku na stanovení vysoké priority prvního členu lze hodnotu K volit podle:

$$K \gg c \cdot \sum_{i \in I} \frac{q_i}{3600} \quad (17)$$

Úprava podoby podmínek zajišťujících dodržení mezičasů v modelech stanovujících optimální časy začátků a konců zelených

Jak již bylo naznačeno v předchozím textu, při použití jakéhokoliv popsaného modelu ze třetí podúlohy při praktických výpočtech představují skupiny podmínek (7) a (8) velkou časovou zátěž pro řešitele. Tato náročnost je rozdílná podle složitosti křižovatky, resp. množství mezičasů, které je potřeba respektovat. U křižovatek s malým počtem proudů tvoří tyto skupiny podmínek jen několik nerovnic, které je potřeba do modelu

zadat, ale při větším rozsahu křížovanky může být těchto podmínek několik desítek až stovek. V uvedeném tvaru z pohledu běžného řešitele není možné toto zadávání nijak zásadně automatizovat. Řešitel je nucen každý jednotlivý mezičas vyhodnotit, určit, do které skupiny podmínek patří, a následně podmínku ručně sestavit. S rozsahem počtu mezičasů roste i míra nebezpečí vytvoření chyby řešitelem a je tedy nezbytné provést důkladnou kontrolu.

K jisté úspoře času a snížení pravděpodobnosti vzniku chyby vede nahrazení skupin podmínek (7) a (8) následujícími podmínkami:

$$x_j - y_i \geq mf_{ij} \quad \text{pro } i \in I, j \in I, mf_{ij} \geq 0 \quad (18)$$

$$x_j - y_i \geq mc_{ij} - c \quad \text{pro } i \in I, j \in I, mc_{ij} \geq 0 \quad (19)$$

V uvedených podmínkách se vyskytují nové symboly, jsou jimi mf_{ij} a mc_{ij} , které představují prvky matic obsahující mezičasy. Matice MF s prvky mf_{ij} obsahuje pouze takové mezičasy, které probíhají v průběhu cyklu, tedy v případě, kdy platí $y_i < x_j$. Naopak matice MC s prvky mc_{ij} obsahuje pouze takové mezičasy, které probíhají na rozmezí dvou po sobě následujících cyklů, tedy v případě, kdy platí $y_i > x_j$ (z pohledu jednoho cyklu).

Vytvoření uvedených matic lze při dobré znalosti možností libovolného tabulkového editoru dosáhnout následujícím postupem:

- 1) kompletní tabulka mezičasů je rozdělena na takový počet nových tabulek, který odpovídá počtu navržených fází v první podúloze. Každá z těchto tabulek obsahuje pouze takové řádky, které představují proudy obsažené ve fázi, kterou tabulka reprezentuje.
- 2) Tabulky jsou chronologicky seřazeny za sebou v pořadí, jaké bylo navrženo ve druhé podúloze.
- 3) V každé tabulce jsou barevně zvýrazněny právě takové sloupce představující proudy křížovanky, které již byly obsaženy v předchozích fázích, tedy se vyskytují v předchozích tabulkách v řádcích.
- 4) Tyto tabulky jsou zpětně seskupeny do podoby jediné tabulky mezičasů, a to při zachování obvyklého pořadí proudů. Tato tabulka bude představovat matici MF .
- 5) Nově vzniklá tabulku z kroku 4) je duplikována a bude představovat matici MC .

- 6) V tabulce představující matici MF z kroku 4) jsou za pomoci vyhledávacích funkcí použitého software vymazány hodnoty všech barevně zvýrazněných buněk.
- 7) V tabulce představující matici MC z kroku 5) jsou za pomoci vyhledávacích funkcí použitého software vymazány hodnoty všech nezvýrazněných buněk.
- 8) V obou tabulkách jsou všechny prázdné buňky nahrazeny libovolně velkým záporným číslem.

Ukázka třetího mezikroku viz Příloha 4. Uvedený postup tvorby nových matic mezičasů je časově výhodný jen u křižovatek s větším počtem proudů, kde může úspora času dosahovat velkých rozměrů. Přínos této modifikace původních podmínek však spočívá hlavně ve snížení rizika vzniku chyby.

3.3 Exaktní přístup

V této kapitole bude popsán exaktní přístup, který byl publikován v [5].

Návrh signálního plánu pro řízení křižovatky se u tohoto přístupu skládá pouze z jediného výpočetního procesu, při kterém se řeší model smíšeného celočíselného, nebo celočíselného programování. Obdobně jako u třetí podúlohy dekompozičního přístupu je možno modely sestavit pro několik optimalizačních kritérií.

V modelech se vyskytují tyto symboly:

I ... množina všech proudů vstupujících do křižovatky,

q_i ...intenzita vstupujících vozidel do křižovatky pro proud $i \in I$,

m_{ij} ...mezičas mezi koncem doby zelené proudu $i \in I$ a začátkem doby zelené kolizního proudu $j \in I$ (u dvojic navzájem nekolizních proudů platí $m_{ij} < 0$),

t_i ...doba potřebná pro vstup do křižovatky jednoho jednotkového vozidla v proud $i \in I$,

$t_{min,i}$...minimální doba zelené proudu $i \in I$,

x_i ...začátek doby zelené proudu $i \in I$,

y_i ...konec doby zelené proudu $i \in I$,

c ...délka cyklu,

u ...minimální poměrná rezerva,

d_i ...bivalentní proměnná proudu $i \in I$, jejíž hodnota 0 odpovídá přirozené pozici začátku a konce zelené proudu $i \in I$, tedy situaci, kdy v rámci jednoho cyklu

platí nerovnost $x_i < y_i$, a hodnota 1 odpovídá inverzní pozici začátku a konce zelené proudu $i \in I$, tedy situaci, kdy v rámci jednoho cyklu platí nerovnost $x_i > y_i$,

w_{ij} ...bivalentní proměnná každých dvou kolizních proudů $i \in I$ a $j \in I$, jejíž hodnota 0 odpovídá přirozené pozici mezičasu kolizních proudů $i \in I$ a $j \in I$, kdy v rámci jednoho cyklu platí nerovnost $y_i < x_j$, a hodnota 1 odpovídá inverzní pozici mezičasu kolizních proudů, tedy situaci, kdy v rámci jednoho cyklu platí nerovnost $y_i > x_j$,

e ...kladná konstanta, jejíž hodnota se volí podle předpisu $e < \max_{i \in I} t_{min,i}$.

Model minimalizující délku cyklu

Prvním popisovaným modelem bude model minimalizující délku cyklu:

$$\min f_{(c)} = c \quad (20)$$

za podmínek:

$$y_i - x_i \geq t_{min,i} - K \cdot d_i \quad \text{pro } i \in I \quad (21)$$

$$y_i - x_i + c \geq t_{min,i} \quad \text{pro } i \in I \quad (22)$$

$$y_i - x_i \geq \frac{t_i \cdot q_i \cdot c \cdot u}{3600} - K \cdot d_i \quad \text{pro } i \in I \quad (23)$$

$$y_i - x_i + c \geq \frac{t_i \cdot q_i \cdot c \cdot u}{3600} \quad \text{pro } i \in I \quad (24)$$

$$y_i - x_i \leq -e + K \cdot (1 - d_i) \quad \text{pro } i \in I \quad (25)$$

$$x_j - y_i \geq m_{ij} - K \cdot w_{ij} \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \neq 0 \quad (26)$$

$$x_j - y_i + c \geq m_{ij} \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \neq 0 \quad (27)$$

$$x_j - y_i \leq -e + K \cdot (1 - w_{ij}) \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \neq 0 \quad (28)$$

$$d_i + d_j + w_{ij} + w_{ji} \leq 1 \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \neq 0 \quad (29)$$

$$x_i \leq c \quad \text{pro } i \in I \quad (30)$$

$$y_i \leq c \quad \text{pro } i \in I \quad (31)$$

$$d_i \in \{0,1\} \quad \text{pro } i \in I \quad (32)$$

$$w_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \neq 0 \quad (33)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I \quad (34)$$

$$y_i \geq 0 \quad \text{pro } i \in I \quad (35)$$

$$c \geq 0 \quad (36)$$

Tento model obdobně jako u dekompozičního přístupu minimalizuje délku cyklu c na nejnížší přípustnou hodnotu, při které je ještě možno navrhnout délky zelených pro průjezd všech vozidel podle naměřených intenzit dopravy. I zde je možno vytvořit rezervu pomocí konstanty u , kterou se modeluje minimální poměrná rezerva. Hodnota konstanty u má stejný význam, lze jí tedy volit podle popisu uvedeného u dekompozičního přístupu. Jak již je na první pohled patrné, je model výrazně složitější, než model u dekompozičního přístupu.

Model obsahuje několik dvojic skupin podmínek, jsou to podmínky označované v lineárním programování jako podmínky „buď a nebo“. V těchto dvojicích jedna skupina podmínek zajišťuje dodržení omezení v případě přirozené polohy začátku a konce doby zelené nebo mezičasu. Druhá skupina podmínek naopak zajišťuje omezení v situaci inverzní polohy začátku a konce zelené nebo mezičasu.

První dvojicí jsou skupiny podmínek (21) a (22). Tyto podmínky zajišťují navržení alespoň tak dlouhé doby zelené u všech proudů, jaká je doporučená minimální doba zelené např. v lit. [7]. Tyto podmínky mají význam pouze u proudů s velmi nízkou intenzitou dopravy, kde jsou však nepostradatelné.

Druhou dvojicí jsou skupiny podmínek (23) a (24). Zabezpečují navržení alespoň tak dlouhé doby zelené, jaká je potřebná pro průjezd naměřené intenzity vozidel při zohlednění hodnoty minimální poměrné rezervy. Tyto podmínky taktéž omezují dobu zelené zdola, jejich aktivita se předpokládá u všech proudů s vyšší intenzitou dopravy, pro které není dostatečná minimální doba zelené z předchozích podmínek (21)-(22).

Poslední dvojicí jsou skupiny podmínek (26) a (27). Účelem těchto podmínek je dodržení všech mezičasů u kolizních proudů, a to jak při přirozené pozici mezičasů kolizních proudů (26), tak i pro inverzní pozici mezičasů (27).

Skupiny podmínek (25) a (28) jsou vazebními podmínkami, které obstarávají v případě skupiny podmínek (25) správnou hodnotu proměnných d_i a v případě skupiny podmínek (28) správnou hodnotu proměnných w_{ij} . K těmto podmínkám patří nevyhnutelně i skupina podmínek (29), která zamezuje modelu nastavení hodnoty představující inverzní pozici začátku a konce zelené nebo mezičasu u více než jedné z proměnných vztahujících se ke každé dvojici kolizních proudů.

Nepřekročení časů začátků nebo konců zelených přes hodnotu délky cyklu zabezpečují poslední strukturální skupiny podmínek (30) a (31).

Obligatorní skupiny podmínek (32) až (36) přiřazují proměnným požadovaný obor hodnot. V případě proměnných x_i , y_i a c je na řešiteli, aby v závislosti na možnostech dostupného řadiče křižovatky zvolil, zda uvedené proměnné mohou nabývat hodnot z oboru nezáporných reálných čísel, nebo pouze z oboru nezáporných celých čísel.

Model maximalizující minimální poměrnou rezervu

Druhým možným modelem exaktního přístupu je model maximalizující minimální z poměrných rezerv. Délka cyklu c v tomto případě nebude proměnnou, ale konstantou volenou řešitelem, a naopak minimální poměrná rezerva u bude proměnnou. Zvolená hodnota délky cyklu c musí být větší, než je minimální přípustná délka cyklu z předchozího modelu, v opačném případě by došlo k navržení nepřípustného řešení.

$$\max f(u) = u \quad (37)$$

za podmínek:

$$y_i + c \cdot d_i - x_i \geq t_{min,i} \quad \text{pro } i \in I \quad (38)$$

$$y_i + c \cdot d_i - x_i \geq \frac{t_i \cdot q_i \cdot c \cdot u}{3600} \quad \text{pro } i \in I \quad (39)$$

$$y_i + (c + e) \cdot d_i - x_i \leq c \quad \text{pro } i \in I \quad (40)$$

$$x_j + c \cdot w_{ij} - y_i \geq m_{ij} \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \geq 0 \quad (41)$$

$$x_j + (c + e) \cdot w_{ij} - y_i \leq c \quad \text{pro } i \in I; j \in I; m_{ij} \geq 0 \quad (42)$$

$$u \geq 0 \quad (43)$$

(29)-(35)

Tento i všechny další modely jsou navrženy odlišně od předchozího. Je to umožněno tím, že délka cyklu již není proměnnou nýbrž konstantou a je tedy možno tuto konstantu násobit jinou proměnnou. Dříve popsané dvojice skupin podmínek je tedy možno v tomto případě vyjádřit v jedné nerovnosti.

První skupina podmínek (38) nahrazuje skupinu (21) a (22). Zabezpečuje navržení alespoň minimální délky zelené. Skupina podmínek (39) nahrazuje (23) a (24), tedy zvyšují dolní omezení doby zelené v závislosti na intenzitě dopravy. Skupina podmínek (41) vkládá do modelu všechny mezičasy kolizních proudů a je tedy náhradou (26) a (27).

Drobnou změnou prošly i skupiny vazebních podmínek, které jsou v tomto modelu vyjádřeny ve tvaru skupin podmínek (40) a (42), k nimž se přidává beze změny skupina podmínek (29).

Strukturální podmínky (30) a (31) jsou převzaty z předchozího modelu beze změn, stejně jako obligatorní podmínky (32)-(35). Novou obligatorní podmínkou (43) je podmínka přiřazující obor nezáporných reálných čísel pro proměnnou reprezentující minimální poměrnou rezervu u .

Model minimalizující součet délek řad čekajících vozidel

Ve třetím modelu je optimalizačním kritériem součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu. Toto kritérium je minimalizováno. Interpretace je stejná jako v případě obdobného modelu v dekompozičním přístupu. I tento model vyžaduje zvolení délky cyklu podle stejných kritérií, jako předchozí model. Minimální poměrná rezerva u zde již není proměnnou, ale konstantou, kterou opět volí řešitel.

$$\min f_{(d,x,y)} = \sum_{i \in I} \frac{q_i}{3600} \cdot (c \cdot (1 - d_i) + x_i - y_i) \quad (44)$$

za podmínek:

$$(38)-(42), (29)-(35)$$

Model obsahuje stejné skupiny podmínek, jako předchozí model, pouze se zde nevyskytuje obligatorní podmínka (43). Byl pomocí ní přiřazen definiční obor proměnné modelující minimální poměrnou rezervu u .

Model s vícekritériální optimalizovanou funkcí

Poslední model je stejně jako v případě dekompozičního přístupu kombinací dvou předchozích modelů. Obdobně slučuje v účelové funkci optimalizační kritérium minimální poměrná rezerva a součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu.

$$\max f_{(u,x,y)} = K \cdot u - \sum_{i \in I} \frac{q_i}{3600} \cdot (c \cdot (1 - d_i) + x_i - y_i) \quad (45)$$

za podmíněk:

$$(38)-(43), (29)-(35)$$

Omezující podmínky jsou stejné jako v modelu minimalizujícím součet řad čekajících vozidel v dekompozičním přístupu. I zde řešitel musí zvolit hodnotu délky cyklu i minimální poměrné rezervy podle dříve uvedených pravidel.

3.4 Úprava matematického modelu exaktního přístupu

Fixace polohy zelené jednoho proudu

Všechny uvedené modely exaktního přístupu umožňují libovolnou polohu doby zelené i mezičasů v cyklu i na rozhraní dvou po sobě následujících cyklů. Tato skutečnost znamená, že jakýkoli přípustný signální plán se v množině přípustných řešení vyskytuje v několika kopiích. Rozdíl spočívá v umístění dob zelených na časové ose cyklu. Jestliže se ke všem proměnným modelujícím čas začátků a konců dob zelených z libovolného přípustného řešení přičte libovolná hodnota z intervalu $(0, c)$, vznikne nové přípustné řešení. Toto řešení ovšem nemá rozdílnou interpretaci ani nijak nezmění hodnotu účelové funkce.

U modelů exaktního přístupu jsou očekávány delší výpočetní časy, je tedy žádoucí zamezit uvedené duplikování přípustných řešení a omezit tak prohledávanou množinu přípustných řešení. Tohoto požadavku lze docílit fixací polohy právě jednoho proudu, pomocí přednastavení hodnoty jedné proměnné modelující čas začátku nebo konce doby zelené z intervalu $\langle 0, c \rangle$.

Tato úprava již byla naznačena v lit. [5].

3.5 Srovnání obou přístupů

Ve třetí kapitole byla podrobně popsána metodika řešení pomocí dekompozičního i exaktního přístupu. Z uvedené metodiky je již možné vyvodit základní rozdíly obou přístupů i jednotlivých modelů. Oba přístupy budou hodnoceny zejména z pohledu časové náročnosti řešení, konkrétně z pohledu časové náročnosti pro přípravu dat a časové náročnosti optimalizačního výpočtu.

Dekompoziční přístup

Z hlediska časové náročnosti přípravy dat se dekompoziční přístup rozkládá na tři podúlohy. Všechny vyžadují rozsáhlou přípravu vstupních hodnot, které u složitých křížovatek mohou představovat značně časově náročnou práci řešitele, přičemž ani tak není vyloučeno, že se řešitel dopustí chyby, např. opomenutím některé výhodné kliky grafu. U první podúlohy vytváří největší časovou náročnost hledání všech klik grafu v grafu bezkoliznosti. Znatelně kratší, ale přesto náročné, je vyhledání rozhodujících mezičasu u druhé podúlohy. Ve třetí podúloze se již nejednalo o přípravu vstupních hodnot, ale o rozepsání modelu lineárního programování pro konkrétní případ. Tento úkol byl komplikován ručním rozpisem dvou skupin podmínek, ke kterému se musí uchýlit řešitel nemající dostatečné programátorské znalosti.

Jistého zkrácení času je možno dosáhnout postupem navrženým v předložené práci – úpravou obou skupin problémových podmínek a využitím postupu spočívajícího v přípravě dvou matic obsahující mezičasy. Uvedený problém byl vyřešen úpravou obou skupin problémových podmínek a popisem postupu přípravy dvou matic obsahujících mezičasy. Ve srovnání s předchozím způsobem jím lze dosáhnout částečného zkrácení doby pro přípravu dat. Kvantifikace úspory časové náročnosti přípravy dat je velice obtížná. Každá je silně závislá na rozsahu konkrétní křížovanky a taktéž na dovednostech a zkušenostech řešitele.

Z hlediska dob potřebných k realizaci optimalizačního výpočtu se dekompoziční přístup jeví jako výhodnější, protože časy potřebné pro řešení sestavených lineárních modelů jsou zanedbatelné. Všechny uvedené modely za použití běžně dostupné výpočetní techniky lze vypočítat za zlomek sekundy.

Při hodnocení celkové doby řešení je možno při použití dekompozičního přístupu dojít k optimálnímu řešení u složitých křížovatek nejdříve po několika hodinách. Výhodou tohoto přístupu je naopak fakt, že veškerou časově náročnou práci je potřeba provést pouze jednou. V případech, kdy řešitel potřebuje nalézt několik optimálních řešení, například pro rozdílnou délku cyklu, je toho dosaženo za několik málo sekund po nalezení prvního řešení.

Exaktní přístup se nedělí na žádné podúlohy. Funkci všech tří kroků dekompozičního přístupu obstará pouze jediný model. Cenou za tuto výhodu je navýšení počtu proměnných modelu, a tedy i jeho výpočetní náročnosti. Modely nově obsahují bivalentní proměnné d_i a w_{ij} . Těchto bivalentních proměnných je v součtu $n^2 + n$, kde n je počet proudů křížovanky.

Řešitel je donucen pouze přepsat matematický model do výpočetního software a vložit do něj základní vstupní hodnoty potřebné pro návrh signálního plánu jakoukoliv metodou. Tento úkol lze při dobré znalosti programovacího jazyka uskutečnit za několik desítek minut. Dá se očekávat, že výpočetní časy matematických modelů exaktního přístupu budou několikanásobně vyšší, než v případě dekompozičního přístupu. Tyto časy lze zkrátit použitím výkonnější výpočetní techniky, je to však velmi nákladné řešení.

Oba přístupy je možno aplikovat pro stejná optimalizační kritéria. Na úrovni teoretického rozboru lze očekávat u obou přístupů stejná nebo jen málo rozdílná výsledná řešení. U dekompozičního přístupu se může negativně projevit jeho rozdělení na tři podúlohy. Hlavní dopad na výsledné řešení může mít zafixování nevhodné posloupnosti proudů a tedy i dob zelených pro tyto proudy v cyklu po prvních dvou podúlohách.

Vzájemným srovnáním jednotlivých optimalizačních kritérií lze dospět k několika závěrům. Model minimalizující délku cyklu lze považovat pouze za informativní. Tímto modelem navržený signální plán především u nejzatíženějších proudů nebude obsahovat rezervy, což je pro reálné použití nežádoucí. U model maximalizujícího minimální poměrnou rezervu lze očekávat, že navrhne signální plán, který již pro všechny proudy rezervu obsahuje (pokud je rezerva v rámci stanovené délky cyklu možná). Nedostatkem toho modelu však může být fakt, že není nijak zabezpečeno, aby tuto rezervu model navyšoval na nejvyšší možnou u všech proudů.

Modelem minimalizujícím součet délek řad čekajících vozidel je již zabezpečeno rovnoměrnější rozdělení rezervy v závislosti na vstupní intenzitě dopravy proudů. V krajním případě však může dojít k navržení nižší minimální poměrné rezervy, než u předchozího modelu. Za účelem sloučení výhod předchozích dvou modelů byl navržen model čtvrtý s vícekritériální účelovou funkcí zohledňující obě kritéria.

Dosažené výsledky budou podrobně přezkoumány v páté kapitole a teoretická zhodnocení obou přístupů budou případně přehodnocena.

4 Výpočetní experimenty v podmínkách konkrétní křižovatky

4.1 Charakteristika vybrané křižovatky

Pro účely výpočetních experimentů byla vybrána křižovatka ulic 28. října, Mariánskohorská a Plzeňská v Ostravě. V místě křižovatky se střetávají hranice městských částí Hulváky, Mariánské Hory a Nová Ves a křižovatka leží na hlavních tazích procházejících Ostravou. Volba padla na tuto konkrétní křižovatku hned z několika důvodů, ze kterých k nejvýznamnějším patří její velká složitost, zatíženost i významnost pro dopravu v oblasti.

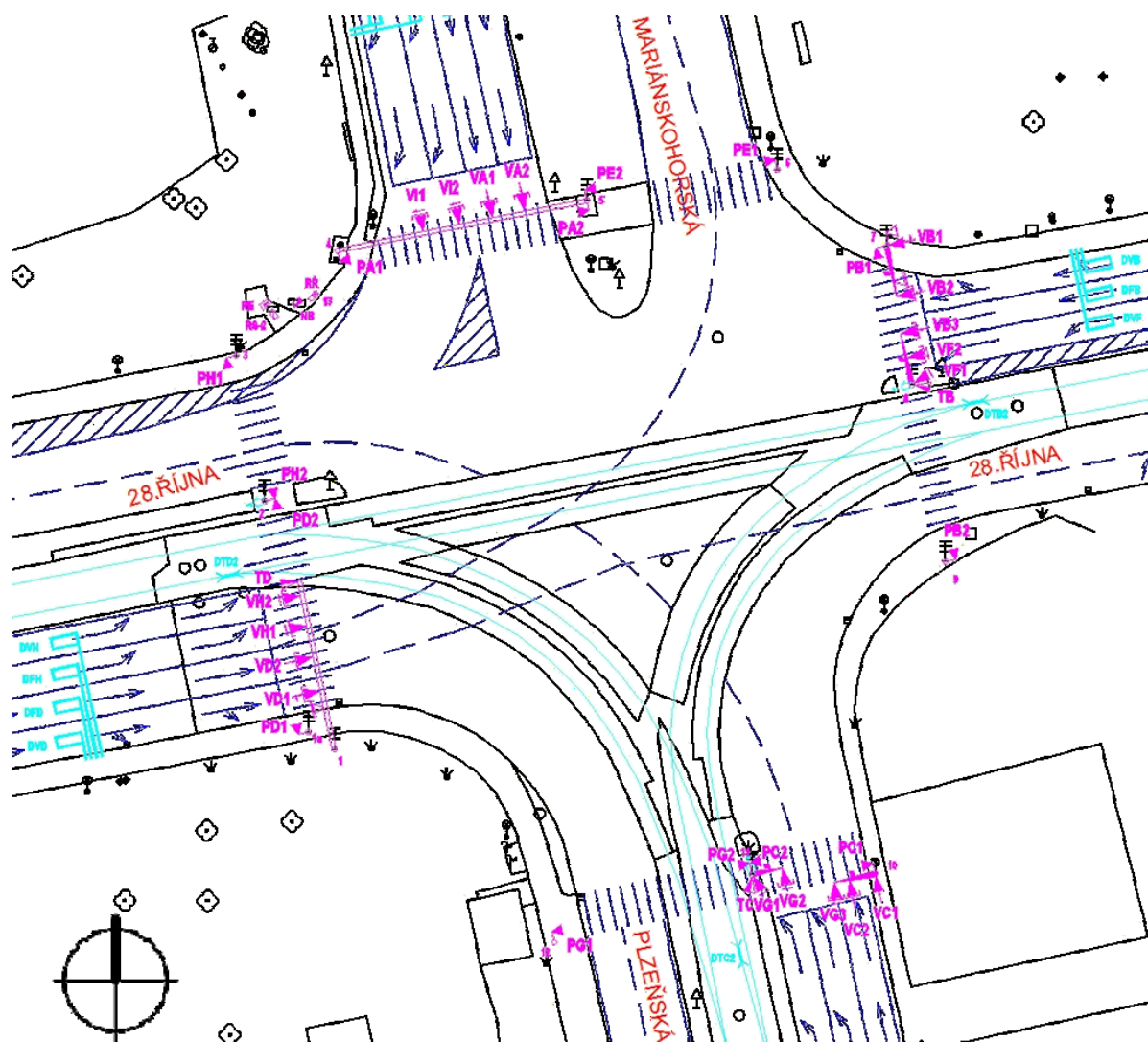
Popisovaná křižovatka plní důležitou úlohu jak z širšího pohledu, kdy silnice, které do ní ústí, do doby nedávného otevření nových úseků dálnice D1, představovaly pro některé cesty z Ostravy do okolních měst jedinou možnou variantu, tak i z pohledu individuální městské dopravy, kde jsou zmíněné silnice velmi významné pro cesty obyvatel za prací, vzděláním či zábavou. Nenahraditelnou úlohu vybraná křižovatka hraje i pro městskou hromadnou dopravu, jelikož přes ni vede trasa velkého množství jak tramvajových, tak i autobusových linek provozovaných Dopravním podnikem Ostrava.

Popisovaná významnost zvolené křižovatky způsobuje i její velké zatížení. Podle dopravních průzkumů každoročně prováděných firmou Ostravské komunikace, a.s., celková intenzita dopravy na vybrané křižovatce v posledních čtyřech letech sice klesá v řádu jednotek procent, nicméně i výsledky posledních naměření z roku 2010 ukazují na vysokou hodnotu 53199 vozidel za 16 hodin (obvyklá doba měření v pracovním dni).

Složitost křižovatky po stránce dopravního uspořádání lze nastínit velkým množstvím dopravních směrů. Ze čtyř ramen křižovatky tři obsahují tramvajové pásy, které tvoří dohromady šest různých dopravních proudů. Pomocí dalších osmi dopravních proudů je organizována individuální automobilová doprava. V poslední řadě situaci na křižovatce, resp. její řízení komplikuje i sedm chodeckých proudů.

Složitost i dopravní zatížení vybrané křižovatky popsané v předchozích řádcích patří mezi hlavní důvody výběru právě této křižovatky, která přirozeně klade velký důraz na kvalitu signálních plánů, pomocí kterých je na ní řízena doprava.

Na obr. č. 4 je situační schéma, kde lze nalézt označení všech světelných návěstidel tramvajových, vozidlových i pěších proudů.



Obr. č. 4 Situační schéma vybrané křižovatky

Pro účely výpočetních experimentů je zapotřebí znát nejen obecný stav na dané křižovatce, ale hlavně údaje o provozu charakterizované zejména intenzitami účastníků silničního provozu ve všech významných proudech a časovými údaji souvisejícími s jízdami vozidel v křižovatce. Jak již bylo naznačeno, vývoj hodnot intenzit dopravy se za poslední roky mění jen nepatrně, a to směrem k nižším hodnotám. Je tedy možno převzít hodnoty z [4], které byly pořízeny dopravním průzkumem uskutečněným dne 24. 11. 2008 v době dopravní špičky od 7:00 do 8:00. Případná odchylka od dnešního stavu na křižovatce v žádné míře neovlivní vypovídací schopnost srovnávání jednotlivých metod lineárního programování, na které je tato práce zaměřena.

Zmíněný dopravní průzkum byl proveden s ohledem na potřebu přepočtu zjištěné intenzity dopravy na jednotková vozidla. U všech vozidlových proudů byl při měření brán ohled na kategorii vozidla. Získané hodnoty byly pomocí koeficientů převedeny na jednotková vozidla. Takto získané hodnoty intenzit dopravy vozidlových proudů byly poděleny počtem řadicích pruhů předěleným k jednotlivým proudům. Všechny hodnoty intenzit dopravy pro vozidlové, tramvajové a pěší proudy jsou uvedeny v tab. č. 1.

Tab. č. 1

Světelné návěstidlo	Přepočtená intenzita [$j \cdot v \cdot h^{-1}$]
TCL	14
TDP	14
TBL	7
TBS	23
TDS	24
TCP	6
VB	226
VD	505
VF	51
VH	577
VI	342
VA	194
VC	571
VG	174
PA	8
PE	8
PB	29
PC	52
PG	30
PD	38
PH	31

Druhou číselnou charakteristikou vybrané křižovatky jsou mezičasy pro všechny dvojice kolizních proudů vyskytujících se na křižovatce. Tyto hodnoty v sekundách jsou uvedeny v tab. č. 2.

Tab. č. 2

	TCL	TDP	TBL	TBS	TDS	TCP	VB	VD	VF	VH	VI	VA	VC	VG	PA	PE	PB	PC	PG	PD	PH
TCL			1	5	18			13	6	16		11						12	10	21	
TDP			4					12	7	10		11							18	8	
TBL	25	9			5			12					12	14			3		21		
TBS	5								6	9		11	7	7			1			19	
TDS	1		17			6			11	6		8	11	7			17			5	
TCP					4			10					10	8			17		8		
VB										1	7	7	2	2			4				12
VD	1	1	2			2			2			3	6	4			12			5	
VF	8	3		2	2			8				7	5	7			1		15		
VH	1	1		4	2		9					6	7	4		14				1	
VI							1							1	5						9
VA	3	1		1	1		1	5	1	3				2	4				11		
VC			2	3	1	1	6	2	4	1						10		4			
VG			1	1	5	2	6	5	3	6	10	9						4			15
PA											13	13									
PE										1			3								
PB			8	8	1	1	16	8	12												
PC	0												7	7							
PG	10	1	1			11			1			5									
PD	1	9		1	10			14		9											
PH							1				4			1							

4.2 Výpočetní experimenty dekompozičním přístupem

Sestava fázového schématu

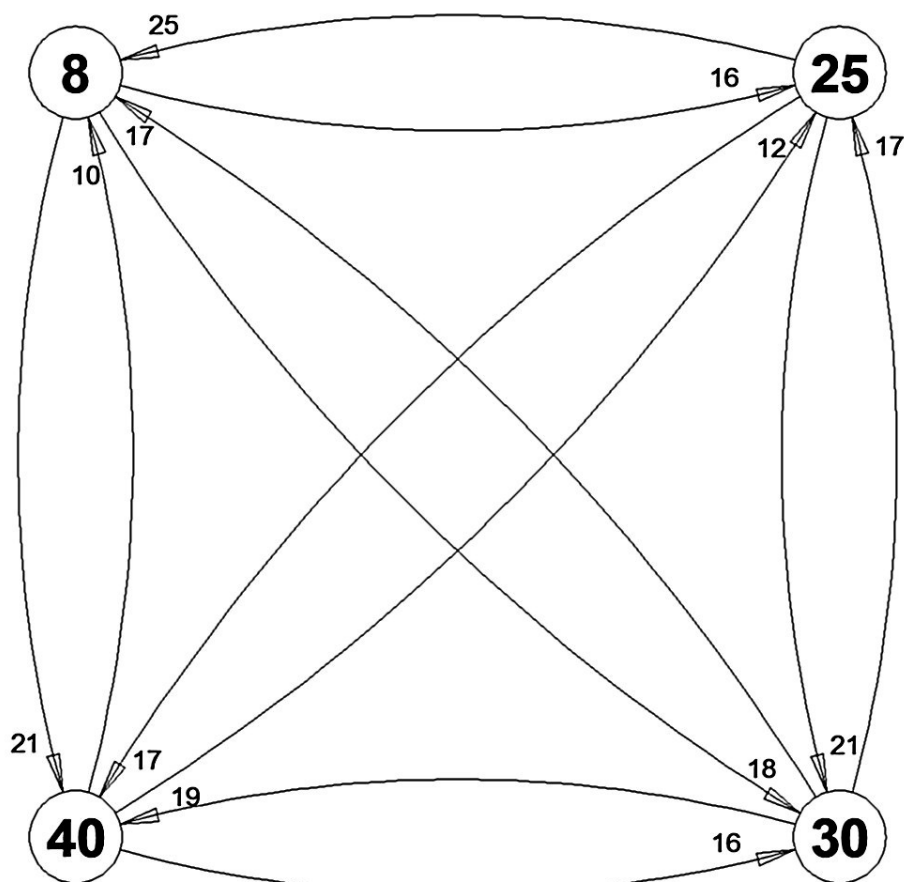
Jak již bylo uvedeno v teoretickém postupu, sestaví se nejdříve množina všech možných fází křižovatky, ze které se následně vybírá minimální počet fází, aby bylo řízení křižovatky co nejjednodušší. Pomocí metody, kterou lze hledat maximální kliky grafu v grafu bezkoliznosti, bylo nalezeno 48 možných fází. Z této množiny možných fází byl následně vybrán minimální počet fází, a to pomocí modelu lineárního programování, který je k tomu určený a byl popsán v dřívější části práce. Model byl přepsán do vhodné podoby, která umožňuje jeho vložení do software Xpress-IVE a následné řešení, viz Příloha 1.

Vyhledaný minimální počet fází je roven čtyřem. Vybrané fáze a proudy, které tyto fáze obsahují, jsou uvedeny v tab. č. 3.

Tab. č. 3

Dopravní proudy	Fáze č. 8	Fáze č. 25	Fáze č. 30	Fáze č. 40
TCL	1	0	0	0
TDP	1	0	0	0
TBL	0	1	0	0
TBS	0	0	1	0
TDS	0	0	1	0
TCP	0	1	0	0
VB	0	0	1	0
VD	0	0	1	0
VF	0	1	0	0
VH	0	1	0	0
VI	0	0	0	1
VA	0	0	0	1
VC	0	0	0	1
VG	1	0	0	0
PA	1	1	1	0
PE	1	0	1	0
PB	1	0	0	1
PC	0	1	1	0
PG	0	0	1	0
PD	0	0	0	1
PH	0	1	0	0

V dalším postupu byly ke všem dvanácti variacím přechodů fází nalezeny jejich rozhodující mezičasy. Dále byl sestrojen obyčejný úplný digraf vyobrazen na obr. č. 5, jehož vrcholová množina obsahuje čtyři vrcholy - fáze.



Obr. č. 5 Graf představující přechody fází

V sestaveném grafu byla vyhledána minimální Hamiltonova kružnice pomocí Littlova algoritmu, která identifikuje optimální pořadí fází z pohledu součtu rozhodujících mezičasů mezi fázemi. Navržené pořadí fází 40-8-30-25 respektuje veškerá pravidla doporučená výše v textu a bylo tedy přijato.

Pro účely dalšího zpracování byly fáze přejmenovány a jsou vyobrazeny v tab. č. 4.

Tab. č. 4

Nové značení fází		1	2	3	4
TCL	1	0	1	0	0
TDP	2	0	1	0	0
TBL	3	0	0	0	1
TBS	4	0	0	1	0
TDS	5	0	0	1	0
TCP	6	0	0	0	1
VB	7	0	0	1	0
VD	8	0	0	1	0
VF	9	0	0	0	1
VH	10	0	0	0	1
VI	11	1	0	0	0
VA	12	1	0	0	0
VC	13	1	0	0	0
VG	14	0	1	0	0
PA	15	0	1	1	1
PE	16	0	1	1	0
PB	17	1	1	0	0
PC	18	0	0	1	1
PG	19	0	0	1	0
PD	20	1	0	0	0
PH	21	0	0	0	1

Stanovení optimálních časů začátků a konců dob zelených

V dalším kroku se na základě modelů (4) – (16) stanoví začátky a konce dob zelených pro jednotlivé proudy. Modely byly přepsány do vhodné podoby, která umožňuje jejich vložení do software Xpress-IVE, viz Příloha 2.

Před zahájením optimalizačního výpočtu u některých variant modelů musí řešitel zvolit délku cyklu a hodnotu minimální poměrné rezervy, pro kterou bude výpočet prováděn. Byla zvolena maximální možná doporučována délka cyklu lit. [7] o hodnotě 120s a minimální poměrná rezerva o hodnotě 1,0.

Výsledky modelu minimalizujícího délku cyklu

Tímto modelem byl navržen signální plán s nejnižší přípustnou délkou cyklu. Výpočet je proveden pro časy začátků a konců zelených z oboru nezáporných reálných čísel i z oboru nezáporných celých čísel. Hodnota účelové funkce, která představuje minimální délku zelené, byla v prvním případě 80,82s a v druhém případě 85s. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 5.

Tab. č. 5

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	17,32	22,32	5,00	19,00	24,00	5,00
TDP	14,71	19,71	5,00	17,00	22,00	5,00
TBL	68,14	73,14	5,00	71,00	76,00	5,00
TBS	34,64	39,64	5,00	37,00	42,00	5,00
TDS	40,32	45,32	5,00	42,00	47,00	5,00
TCP	68,14	73,14	5,00	71,00	76,00	5,00
VB	37,64	50,32	12,68	40,00	54,00	14,00
VD	37,80	66,14	28,34	39,00	69,00	30,00
VF	68,14	73,14	5,00	71,00	76,00	5,00
VH	51,32	79,82	28,50	55,00	85,00	30,00
VI	0,00	19,20	19,20	0,00	22,00	22,00
VA	5,00	13,71	8,71	6,00	16,00	10,00
VC	6,00	31,64	25,64	7,00	34,00	27,00
VG	23,04	31,64	8,59	24,00	34,00	10,00
PA	24,20	29,20	5,00	27,00	33,00	6,00
PE	45,32	50,32	5,00	44,00	49,00	5,00
PB	9,32	21,64	12,32	8,00	13,00	5,00
PC	35,64	40,64	5,00	38,00	43,00	5,00
PG	37,71	42,71	5,00	40,00	45,00	5,00
PD	0,00	5,71	5,71	1,00	6,00	5,00
PH	62,32	67,32	5,00	66,00	71,00	5,00

Výsledky modelu maximalizujícího minimální poměrnou rezervu

Hodnota účelové funkce, která v tomto případě představuje minimální poměrnou rezervu, měla pro obor hodnot nezáporných reálných čísel hodnotu 1,0684 a pro obor hodnot nezáporných celých čísel 1,06195. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 6.

Tab. č. 6

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	34,67	39,67	5,00	21,00	26,00	5,00
TDP	32,67	40,67	8,00	19,00	24,00	5,00
TBL	99,63	104,63	5,00	98,00	103,00	5,00
TBS	50,67	55,67	5,00	49,00	54,00	5,00
TDS	57,67	68,79	11,12	51,00	56,00	5,00
TCP	99,63	104,63	5,00	98,00	103,00	5,00
VB	53,67	73,79	20,12	52,00	72,00	20,00
VD	52,67	97,63	44,96	51,00	96,00	45,00
VF	99,63	104,63	5,00	98,00	103,00	5,00
VH	74,79	120,00	45,21	73,00	118,00	45,00
VI	0,00	32,67	32,67	0,00	31,00	31,00
VA	6,00	31,67	25,67	4,00	18,00	14,00
VC	7,00	47,67	40,67	5,00	46,00	41,00
VG	33,67	47,67	14,00	32,00	46,00	14,00
PA	37,67	42,67	5,00	36,00	41,00	5,00
PE	57,67	62,67	5,00	56,00	72,00	16,00
PB	1,63	6,63	5,00	0,00	5,00	5,00
PC	51,67	56,67	5,00	50,00	55,00	5,00
PG	83,63	88,63	5,00	42,00	47,00	5,00
PD	1,00	6,00	5,00	0,00	5,00	5,00
PH	85,79	90,79	5,00	84,00	89,00	5,00

Výsledky modelu minimalizujícího součet délek řad čekajících vozidel

Hodnota účelové funkce, která v tomto případě představuje součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu, měla pro obor hodnot nezáporných reálných čísel hodnotu 66,782 jednotkových vozidel a pro obor hodnot nezáporných celých čísel 66,815 jednotkových vozidel. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 7.

Tab. č. 7

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	32,07	37,07	5,00	33,00	38,00	5,00
TDP	33,07	38,07	5,00	34,00	39,00	5,00
TBL	110,00	115,00	5,00	110,00	115,00	5,00
TBS	48,07	61,90	13,83	49,00	63,00	14,00
TDS	55,07	64,90	9,83	56,00	66,00	10,00
TCP	112,00	117,00	5,00	112,00	117,00	5,00
VB	51,07	69,90	18,83	52,00	71,00	19,00
VD	50,07	108,00	57,93	51,00	108,00	57,00
VF	110,00	119,00	9,00	110,00	119,00	9,00
VH	70,90	120,00	49,10	72,00	120,00	48,00
VI	0,00	31,31	31,31	0,00	32,00	32,00
VA	6,00	29,07	23,07	6,00	30,00	24,00
VC	7,00	45,07	38,07	7,00	46,00	39,00
VG	32,31	45,07	12,76	33,00	46,00	13,00
PA	36,31	107,00	70,69	37,00	107,00	70,00
PE	55,07	69,90	14,83	56,00	71,00	15,00
PB	14,00	35,07	21,07	14,00	36,00	22,00
PC	49,07	120,00	70,93	50,00	120,00	70,00
PG	56,07	101,00	44,93	57,00	101,00	44,00
PD	1,00	24,07	23,07	1,00	25,00	24,00
PH	81,90	116,00	34,10	83,00	116,00	33,00

Výsledky modelu s vícekritériální optimalizovanou funkcí

Hodnota účelové funkce se v tomto případě skládá ze dvou dílčích hodnot, z čehož jedna je K -násobně navýšena. Prohibitivní konstanta K , která zvyšuje význam prvního členu účelové funkce, byla nastavena na hodnotu $K = 10^6$.

Tab. č. 8 obsahuje hodnoty účelové funkce pro oba obory hodnot, stejně jako v předchozích případech, a také hodnoty obou členů účelové funkce.

Tab. č. 8

	Proměnné z oboru nezáporných reálných čísel	Proměnné z oboru nezáporných celých čísel
Hodnota účelové funkce	$1,06834 \cdot 10^6$	$1,06188 \cdot 10^6$
Hodnota minimální poměrné rezervy	1,0684	1,06195
Hodnota součtu řad čekajících vozidel	66,959	66,967

Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 9.

Tab. č. 9

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	34,67	39,67	5,00	35,00	40,00	5,00
TDP	35,67	40,67	5,00	36,00	41,00	5,00
TBL	110,00	115,00	5,00	110,00	115,00	5,00
TBS	50,67	65,79	15,12	51,00	66,00	15,00
TDS	57,67	68,79	11,12	58,00	69,00	11,00
TCP	112,00	117,00	5,00	112,00	117,00	5,00
VB	53,67	73,79	20,12	54,00	74,00	20,00
VD	52,67	108,00	55,33	53,00	108,00	55,00
VF	110,00	119,00	9,00	110,00	119,00	9,00
VH	74,79	120,00	45,21	75,00	120,00	45,00
VI	0,00	33,04	33,04	0,00	33,00	33,00
VA	6,00	31,67	25,67	6,00	32,00	26,00
VC	7,00	47,67	40,67	7,00	48,00	41,00
VG	34,04	47,67	13,63	34,00	48,00	14,00
PA	38,04	107,00	68,96	38,00	107,00	69,00
PE	57,67	73,79	16,12	58,00	74,00	16,00
PB	14,00	37,67	23,67	14,00	38,00	24,00
PC	51,67	120,00	68,33	52,00	120,00	68,00
PG	58,67	101,00	42,33	59,00	101,00	42,00
PD	1,00	26,67	25,67	1,00	27,00	26,00
PH	85,79	116,00	30,21	86,00	116,00	30,00

4.3 Výpočetní experimenty exaktním přístupem

Návrh signální plánu pomocí exaktního přístupu byl proveden pro všechny dříve popsané modely. Modely byly přepsány do vhodné podoby, která umožňuje jejich vložení do software Xpress-IVE, viz Příloha 3.

Před zahájením optimalizačního výpočtu u některých variant modelů musí řešitel zvolit délku cyklu a hodnotu minimální poměrné rezervy, pro kterou bude výpočet prováděn. Byla zvolena maximální možná doporučována délka cyklu lit. [7] o hodnotě 120s a minimální poměrná rezerva o hodnotě 1,0.

Při výpočetních experimentech bylo prokázáno tvrzení, že zafixování polohy začátku jedné doby zelené nemá vliv na hodnotu účelové funkce. Proto zde budou prezentovány pouze výsledky se zafixovanou polohou.

Výsledky modelu minimalizujícího délku cyklu

Tímto modelem byl navržen signální plán s nejnižší přípustnou délkou cyklu. Výpočet je proveden pro časy začátků a konců zelených z oboru nezáporných reálných čísel i z oboru nezáporných celých čísel. Hodnota účelové funkce, která představuje minimální délku zelené, byla v prvním případě 80,82s a v druhém případě 85s. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 10.

Tab. č. 10

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	0,00	5,00	5,00	0,00	5,00	5,00
TDP	78,49	2,67	5,00	1,00	6,00	5,00
TBL	49,94	54,94	5,00	50,00	55,00	5,00
TBS	17,59	25,28	7,68	18,00	23,00	5,00
TDS	23,00	28,28	5,28	23,00	28,00	5,00
TCP	49,94	54,94	5,00	58,00	63,00	5,00
VB	20,59	33,28	12,68	21,00	35,00	14,00
VD	19,59	47,94	28,34	18,00	48,00	30,00
VF	49,94	54,94	5,00	50,00	55,00	5,00
VH	34,28	62,78	28,50	36,00	66,00	30,00
VI	52,63	71,82	19,20	56,00	0,00	29,00
VA	68,78	77,49	8,71	72,00	82,00	10,00
VC	69,78	14,59	26,63	73,00	15,00	28,00
VG	6,00	14,59	8,59	1,00	11,00	10,00
PA	34,63	39,63	5,00	5,00	10,00	5,00
PE	24,59	33,28	8,68	25,00	30,00	5,00
PB	71,94	80,82	8,88	85,00	5,00	5,00
PC	18,59	62,78	44,18	19,00	24,00	5,00
PG	20,67	38,94	18,27	42,00	47,00	5,00
PD	63,78	68,78	5,00	67,00	77,00	10,00
PH	0,00	5,00	5,00	47,00	52,00	5,00

Výsledky modelu maximalizujícího minimální poměrnou rezervu

Hodnota účelové funkce, která v tomto případě představuje minimální poměrnou rezervu, měla pro obor hodnot nezáporných reálných čísel hodnotu 1,08856 a pro obor hodnot nezáporných celých čísel 1,07706. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 11.

Tab. č. 11

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	0,00	5,00	5,00	0,00	5,00	5,00
TDP	22,11	27,11	5,00	0,00	5,00	5,00
TBL	56,19	61,19	5,00	50,00	55,00	5,00
TBS	110,00	115,00	5,00	99,00	104,00	5,00
TDS	103,25	119,00	15,75	97,00	102,00	5,00
TCP	58,19	63,19	5,00	49,00	54,00	5,00
VB	110,25	10,75	20,50	104,00	5,00	21,00
VD	73,19	119,00	45,81	73,00	119,00	46,00
VF	60,19	65,19	5,00	52,00	57,00	5,00
VH	55,19	101,25	46,06	49,00	95,00	46,00
VI	78,23	109,25	31,02	45,00	76,00	31,00
VA	38,11	52,19	14,08	32,00	46,00	14,00
VC	12,75	54,19	41,44	7,00	48,00	41,00
VG	12,75	29,11	16,36	7,00	21,00	14,00
PA	20,11	25,11	5,00	81,00	19,00	58,00
PE	115,25	0,25	5,00	109,00	114,00	5,00
PB	16,00	48,19	32,19	35,00	40,00	5,00
PC	51,67	56,67	61,81	52,00	0,00	68,00
PG	83,63	88,63	5,00	76,00	81,00	5,00
PD	1,00	6,00	5,00	35,00	40,00	5,00
PH	85,79	90,79	5,00	36,00	41,00	5,00

Výsledky modelu minimalizujícího součet délek řad čekajících vozidel

Hodnota účelové funkce, která v tomto případě představuje součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu, měla pro obor hodnot nezáporných reálných čísel hodnotu 64,332 jednotkových vozidel a pro obor hodnot nezáporných celých čísel 64,459 jednotkových vozidel. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 12.

Tab. č. 12

Proudy	Hodnoty časů z oboru nezáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nezáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	0,00	5,00	5,00	0,00	5,00	5,00
TDP	1,00	6,00	5,00	1,00	6,00	5,00
TBL	77,93	82,93	5,00	77,00	82,00	5,00
TBS	16,00	29,83	13,83	16,00	30,00	14,00
TDS	23,00	32,83	9,83	23,00	33,00	10,00
TCP	79,93	84,93	5,00	79,00	84,00	5,00
VB	19,00	37,83	18,83	19,00	38,00	19,00
VD	18,00	75,93	57,93	18,00	75,00	57,00
VF	77,93	86,93	9,00	77,00	86,00	9,00
VH	38,83	87,93	49,10	39,00	87,00	48,00
VI	58,83	119,24	60,41	59,00	119,00	60,00
VA	93,93	117,00	23,07	93,00	117,00	24,00
VC	94,93	13,00	38,07	94,00	13,00	39,00
VG	0,24	13,00	12,76	0,00	13,00	13,00
PA	4,24	45,83	41,59	4,00	46,00	42,00
PE	23,00	37,83	14,83	23,00	38,00	15,00
PB	101,93	3,00	21,07	101,00	3,00	22,00
PC	17,00	87,93	70,93	17,00	87,00	70,00
PG	24,00	68,93	44,93	24,00	68,00	44,00
PD	88,93	112,00	23,07	88,00	112,00	24,00
PH	49,83	54,83	5,00	50,00	55,00	5,00

Výsledky modelu s vícekritériální optimalizovanou funkcí

Hodnota účelové funkce se v tomto případě skládá ze dvou dílčích hodnot, z čehož jedna je k-násobně navýšena. Prohibitivní konstanta K , která zvyšuje význam prvního členu účelové funkce, byla nastavena na hodnotu $K = 10^6$.

Tab. č. 13 obsahuje hodnoty účelové funkce pro oba obory hodnot, stejně jako v předchozích případech, a také hodnoty obou členů.

Tab. č. 13

	Proměnné z oboru nezáporných reálných čísel	Proměnné z oboru nezáporných celých čísel
Hodnota účelové funkce	$1,08854 \cdot 10^6$	$1,07703 \cdot 10^6$
Hodnota minimální poměrné rezervy	1,08856	1,07706
Hodnota součtu řad čekajících vozidel	26,511	26,488

Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 14.

Tab. č. 14

Proudy	Hodnoty časů z oboru nežáporných reálných čísel			Hodnoty časů z oboru nežáporných celých čísel		
	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]	Začátek doby zelené pro proud [s]	Konec doby zelené pro proud [s]	Délka navrhované doby zelené [s]
TCL	0,00	5,00	5,00	0,00	5,00	5,00
TDP	11,36	16,36	5,00	120,00	5,00	5,00
TBL	45,44	50,44	5,00	51,00	56,00	5,00
TBS	94,50	99,50	5,00	100,00	105,00	5,00
TDS	106,00	111,00	5,00	112,00	117,00	5,00
TCP	44,44	49,44	5,00	50,00	55,00	5,00
VB	99,50	0,00	20,50	105,00	6,00	21,00
VD	64,44	110,25	45,81	68,00	114,00	46,00
VF	51,44	56,44	5,00	55,00	60,00	5,00
VH	44,44	90,50	46,06	50,00	96,00	46,00
VI	67,47	98,50	31,02	67,00	98,00	31,00
VA	27,36	41,44	14,08	31,00	45,00	14,00
VC	2,00	43,44	41,44	8,00	49,00	41,00
VG	4,47	18,36	13,89	8,00	22,00	14,00
PA	115,00	120,00	5,00	115,00	0,00	5,00
PE	114,00	119,00	5,00	0,00	5,00	5,00
PB	32,44	37,44	5,00	14,00	19,00	5,00
PC	110,00	115,00	5,00	115,00	0,00	5,00
PG	71,44	76,44	5,00	105,00	110,00	5,00
PD	30,44	35,44	5,00	26,00	31,00	5,00
PH	58,47	63,47	5,00	37,00	42,00	5,00

5 Zhodnocení výsledků realizovaných experimentů

Ve všech případech bylo přistoupeno k výpočtu modelů pro proměnné představující začátky a konce dob zelených z oboru hodnot nezáporných reálných čísel i z oboru hodnot nezáporných celých čísel.

Následující podkapitoly vzájemně porovnávají výsledky dekompozičního a exaktního přístupu postupně pro všechna optimalizační kritéria.

5.1 Modely minimalizující délku cyklu

Před výpočtem těchto modelů je nutné zvolit hodnotu minimální poměrné rezervy u . Cílem experimentu bylo dosažení minimální délky cyklu pouze pro zadané hodnoty intenzit dopravy a byl kladen požadavek na vytvoření rezervy, tedy byla zvolena hodnota $u = 1$.

Hodnoty účelové funkce jsou ve shodě, oba přístupy dospěly ke stejné délce minimálního cyklu. Hodnoty jsou shrnuty v tab. č. 15.

Tab. č. 15

	Hodnota účelové funkce – minimální délka cyklu [s]	
	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel
Dekompoziční přístup	80,821	85
Exaktní přístup	80,821	85

Model umožňující výpočet minimální délky cyklu v exaktním přístupu obsahuje prohibitivní konstantu K , kterou je v lit. [5] doporučeno volit větší, než je hodnota představující 1 hodinu, tedy 3600. Byla provedena série experimentů bez zafixování jednoho ze začátků dob zelených s různou hodnotou této konstanty včetně případů, kdy narozdíl od doporučení uvedené literatury byla volena hodnota prohibitivní konstanty K nižší. Hodnota účelové funkce byla ve všech případech shodná, rozdíl byl však ve výpočetní době. Závislost hodnoty konstanty K na výpočetním čase je možno si představit podle hodnot uvedených v tab. č. 16.

Tab. č. 16

Hodnota konstanty K	Výpočetní čas [s]	
	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel
100	13,6	11,6
1000	18,0	39,8
10000	62,9	50,0
100000	92,7	60,9

Na základě provedených experimentů se ukázalo, že se vzrůstající hodnotou prohibitivní konstanty se hodnota výpočetního času zvyšuje. Při provedených experimentech bylo nejnižších hodnot výpočetního času (jak při definované nezápornosti, tak i nezápornosti celočíselnosti proměnných modelujících začátky a konce dob zelených) dosaženo při hodnotě prohibitivní konstanty $K = 100$, což je v rozporu s doporučením lit. [5]. Co se týče porovnání délek výpočetního času, při volbě různých definičních oborů výsledky provedených experimentů na základě výpisu hodnot z optimalizačního software ukazují, že v podmínkách řešené křížovatky trvá výpočetní čas méně při volbě definičních oborů pro začátky a konce dob zelených z množiny celých nezáporných čísel.

Výpočetní časy stejných modelů se zafixovanou hodnotou jedné proměnné představují začátek doby zelené proudu výrazně poklesly, viz tab. č. 17.

Tab. č. 17

Hodnota konstanty K	Výpočetní čas [s]	
	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel
100	2,2	1,2
100000	2,4	4,0

Porovnání délek výpočetních časů u modelů s fixací začátku doby zelené jednoho proudu ukazuje odlišný závěr, než v případě modelů bez fixace. Při volbě definičního oboru pro začátky a konce dob zelených z množiny celých nezáporných čísel mají hodnoty délky výpočetního času větší rozpětí. Kromě většího rozpětí dochází také k tomu, že při nižší hodnotě prohibitivní konstanty činí doba výpočtu přibližně polovinu a u vyšší hodnoty prohibitivní konstanty je doba výpočtu přibližně dvojnásobně delší, než v případě modelu s definičním oborem nezáporných čísel.

5.2 Modely maximalizující minimální poměrnou rezervu

Při těchto výpočtech nebylo dosaženo stejných výsledků, v obou případech model z exaktního přístupu došel k lepší hodnotě účelové funkce. Konkrétní hodnoty účelové funkce jsou v tab. č. 18.

Tab. č. 18

	Hodnota účelové funkce – minimální poměrná rezerva [-]	
	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel
Dekompoziční přístup	1,06840	1,06195
Exaktní přístup	1,08856	1,07706

Výpočetní časy modelů exaktního přístupu bez fixace začátku doby zelené jednoho proudu se pohybovaly v jednotkách minut, přičemž výpočetní čas modelu s proměnnými z oboru hodnot nezáporných čísel byl kratší než dvě minuty a výpočetní čas modelu obsahujícího proměnné pouze z oboru nezáporných celých čísel trval cca šest minut. Při zavedení fixace začátku doby zelené jednoho proudu klesl výpočetní čas pod hranici dvou sekund.

5.3 Modely minimalizující součet délek řad čekajících vozidel

I v tomto případě modely vykazují rozdílné výsledky účelové funkce. Zde se hodnota optimalizačního kritéria minimalizovala. Výsledky exaktního přístupu byly lepší. Hodnoty jsou uvedeny v tab. č. 19.

Tab. č. 19

	Hodnota účelové funkce – součet délek řad čekajících vozidel [j.v.]	
	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel
Dekompoziční přístup	66,782	66,815
Exaktní přístup	64,333	64,459

Doba výpočetního času modelu exaktního přístupu bez fixace začátku doby zelené jednoho proudu s proměnnými z oboru hodnot nezáporných čísel trval pod hranici půl minuty, při zavedení proměnných z oboru nezáporných celých čísel se doba výpočtu čtyřnásobně zvýšila. Doby výpočetních časů modelů s fixací začátku doby zelené jednoho proudu se pohybovaly okolo dvou sekund.

5.4 Modely s vícekritériální optimalizovanou funkcí

Toto optimalizační kritérium bylo sestaveno ze dvou členů. Prvním členem je minimální poměrná rezerva, jejíž hodnota je K – násobně navýšena, čímž je umožněno při optimalizaci preferovat právě tento člen. Druhým členem je součet délek řad čekajících vozidel v rámci jednoho cyklu, která v průměru přijedou ke křižovatce v době červené.

Pro prezentaci výsledků byl vybrán model s hodnotou $K = 10^6$. V tomto případě model exaktního přístupu došel k lepším výsledkům, než model dekompozičního přístupu. Výsledky jsou shrnuty v tab. č. 20.

Tab. č. 20

	Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných reálných čísel		Proměnné x_i a y_i z oboru hodnot nezáporných celých čísel	
	Dekompoziční přístup	Exaktní přístup	Dekompoziční přístup	Exaktní přístup
Hodnota účelové funkce [-]	$1,06834 \cdot 10^6$	$1,08854 \cdot 10^6$	$1,06188 \cdot 10^6$	$1,07703 \cdot 10^6$
Minimální poměrná rezerva [-]	1,0684	1,08856	1,06195	1,07706
Součet délek řad čekajících vozidel [j.v.]	66,959	26,511	66,967	26,488

Model exaktního přístupu bez fixace začátku doby zelené u jednoho proudu, jehož proměnné, představující začátky a konce dob zelených, byly z oboru hodnot nezáporných celých čísel, nedospěl ani v jednom případě za dobu 12 hodin výpočetního času k optimálnímu výsledku. Optima bylo v reálné době dosaženo pouze u modelu se zafixovanou polohou začátku doby zelené u jednoho proudu.

Součástí výpočetních experimentů byl i odhad vlivu hodnoty prohibitivní konstanty K na dobu výpočtu. Ukázalo se, že volba hodnoty prohibitivní konstanty neměla vliv na hodnoty členů účelové funkce. Rozdílný byl však výpočetní čas u modelu založeného na exaktním přístupu, jehož proměnné, představující začátky a konce dob zelených, byly z oboru hodnot nezáporných reálných čísel. Výsledky provedených experimentů jsou shrnuty v tab. č. 21.

Tab. č. 21

Hodnota konstanty K	Výpočetní čas modelu bez fixace [s]	Výpočetní čas modelu s fixací [s]
100 000	274,7	4,7
1 000 000	92,7	1,0
10 000 000	57,1	1,4
100 000 000	2,0	0,9
1 000 000 000	3,8	1,3
10 000 000 000	7,6	0,5

6 Závěr

Předložená diplomová práce se věnuje uplatnitelnosti metod lineárního programování při sestavě signálních plánů v podmínkách složitých křižovatek. Přestože je zpočátku uveden krátký výčet všech používaných metod pro navrhování signálních plánů, v průběhu stěžejní výpočetní části práce je pozornost věnována již výlučně dvěma přístupům založených na lineárním programování. Prvním z nich je tzv. dekompoziční přístup, který rozkládá řešení úlohy do několika jednodušších podúloh. Druhým je pak tzv. exaktní přístup, při kterém jsou všechny dílčí podúlohy zakomponovány do jednoho matematického modelu.

V první řadě bylo zjišťováno, zda modely sestavené pro složité křižovatky budou vůbec řešitelné. Z uvedeného úhlu pohledu je možno konstatovat, že v případě složité křižovatky, do které vstupuje 21 dopravních proudů, jsou navržené modely aplikovatelné. Další postup řešení se soustředil na srovnání výsledků a výpočetní náročnosti experimentů při obou přístupech.

Srovnání exaktního a dekompozičního přístupu lze provést na více úrovních. Prvním je samozřejmě kvalita dosažených výsledků z pohledu zvolených optimalizačních kritérií. Z uvedeného pohledu jsou výsledky jednoznačné a potvrzují očekávání řešitele. V případě exaktního přístupu nebyly nikdy dosaženy horší výsledky, než v případě dekompozičního přístupu. V případě vyhledání minimální délky cyklu dosáhly oba přístupy stejných výsledků, v ostatních případech vykázal exaktní přístup lepší výsledky.

Jde-li o potřebný čas k jednomu výpočtu, tak v případě takto rozsáhlé křižovatky je jednoznačně méně náročný exaktní přístup. I přes snahu o nalezení efektivnějšího způsobu zpracování dat u dekompozičního přístupu, kterým bylo dosaženo nemalé úspory, vyžaduje celý postup stále několik hodin práce řešitele spojených zejména s přípravou vstupních dat. Na základě provedených experimentů bylo ukázáno, že ve srovnání s exaktním přístupem jsou výpočetní časy zanedbatelné.

Exaktní přístup nevyžaduje takovou práci řešitele z pohledu přípravy vstupních dat, celková doba řešení je limitována úkony spojenými s transformací modelu do optimalizačního software a jeho řešení. Tento čas je ovšem špatně odhadnutelný a jak se provedenými experimenty potvrdilo, ve srovnání s dekompozičním přístupem byl vyšší (v některých případech i znatelně vyšší). Závisí na rozsahu křižovatky, výkonu výpočetní

techniky a bylo prokázáno, že závisí i na hodnotách některých prohibitivních konstant. Značnou úsporu času přináší fixace libovolné doby začátku nebo konce jednoho proudu, přičemž se neprokázal vliv na hodnotu optimalizačního kritéria.

Má-li řešitel potřebu výpočet opakovat třeba pro různé hodnoty délky cyklu, pak při dekompozičním přístupu nevzniká již téměř žádná další prodleva. Je potřeba zopakovat výpočet jen posledního modelu a ten obvykle trvá méně než jednu sekundu. Naopak opakovaný propočet exaktního přístupu vyžaduje v některých případech i několik minut v závislosti na rozsahu modelu a výkonu dostupné výpočetní techniky.

V předložené práci bylo dosaženo několika závěrů. Na jejich základě je možné doporučit pro návrh signálních plánů v podmínkách složitějších křižovatek model exaktního přístupu s fixací libovolné doby začátku nebo konce jednoho proudu, a to za předpokladu, že je dostupná moderní výpočetní technika.

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu, panu Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D., za velkou ochotu, trpělivost a cenné připomínky a rady, které mě pomohly nasměrovat tou správnou cestou a vyvarovat se nepřesností.

Poděkování náleží rovněž Katedře dopravních sítí, Fakulty riadenia a informatiky Žilinské univerzity v Žilině za vstřícný přístup, který mi umožnil vypracovat diplomovou práci v plné verzi software Xpress-IVE.

Lukáš Krejčí

Seznam použité literatury

- [1] ČERNÝ, Jan; KLUVÁNEK, Pavol. *Základy matematickej teórie dopravy*. 1. vydání. Bratislava : Veda, 1991. 280 s. ISBN 80-224-0099-8.
- [2] DANĚK, Jan; TEICHMANN, Dušan. *Optimalizace dopravních procesů*. 1. vydání. Ostrava : VŠB-Technická Univerzita Ostrava, 2005. 191 s. ISBN 80-248-0996-6.
- [3] DORDA, Michal. Institut Dopravy [online]. 2010 [cit. 2011-04-10]. Kvantitativní metody organizace a řízení I. Dostupné z WWW: <http://homel.vsb.cz/~dor028/Littluy_algoritmus.doc>.
- [4] KREJČÍ, Lukáš. *Verifikace optimality stávajícího způsobu řízení vybrané světelně řízené křižovatky lineárním matematickým modelem*. Ostrava, 2009. 60 s. Bakalářská práce. VŠB – Technická univerzita Ostrava.
- [5] PECHTOR, Slávek. *Návrh signálneho plánu križovatky pomocou metód matematického programovania*. Žilina, 1998. 154 s. Diplomová práce. Žilinská Univerzita v Žilině.
- [6] RUSEK, Michal. Aplikace metod barvení grafů pro určení minimálního počtu fází světelně řízených křižovatek. Perner [online]. 15.4.2011, roč. 6, č. 1, [cit. 2011-05-19]. Dostupný z WWW: <http://pernerscontacts.upce.cz/21_2011/Rusek.pdf>.
- [7] Silniční vývoj spol. s.r.o. *Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení silničního provozu : technické podmínky*. 1. vydání. Brno : Centrum dopravního výzkumu Brno, 1996. 109 s. ISBN 80-902141-2-6.

Seznam příloh

- Příloha 1:** Podoba modelu vyhledávajícího minimální počet fází z dekompozičního přístupu v software Xpress-IVE
- Příloha 2:** Podoba modelu stanovujícího optimální časy začátků a konců zelených z dekompozičního přístupu v software Xpress-IVE
- Příloha 3:** Podoba modelu stanovujícího optimální časy začátků a konců zelených z exaktního přístupu v software Xpress-IVE
- Příloha 4:** Ukázka třetího mezikroku při sestavování matic *MC* a *MF*
- Příloha 5:** Zjednodušená podoba signálního plánu navrženého modelem exaktního přístupu s vícekritériální účelovou funkcí